ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

HÌNH HỌC 11

ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017 - 2018

ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN 3

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT 3

B - BÀI TẬP 3

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG 6

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG 11

DẠNG 3: BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY TRONG KHÔNG GIAN 13

DẠNG 4: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA MỘT MẶT PHẲNG VỚI HÌNH CHÓP. 17

ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Các tính chất.

- Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
- Có bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.

Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng .

- Trên mỗi mặt phẳng các, kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

2. Các cách xác định một mặt phẳng

- Ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng. (mp(ABC), (ABC))
- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó thuộc mặt phẳng. (mp(A,d))
- Hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng. (mp(a, b))

3. Các quy tắc vẽ hình, biểu diễn của hình không gian

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Đường nhìn thấy vẽ nét liền, đường bị che khuất vẽ nét đứt.

4. Hình chóp và hình tứ diện.

a) Hình chóp.

Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Lấy điểm S nằm ngoài (α).

Lần lượt nối S với các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2...A_n$ và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2...A_n$.

Ta gọi S là đỉnh, đa giác $A_1A_2...A_n$ là đáy, các đoạn $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ là các cạnh bên, $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1$ là các cạnh đáy, các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ là các mặt bên…

b) Hình Tứ diện

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD và (BCD) được gọi là tứ diện $ABCD$.

B - BÀI TẬP

Câu 1: Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A. *Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?*

A. 1   **B.** 2   **C.** 3   **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Có 3 mặt phẳng gồm $(a,b), (A,a), (B,b)$.

Câu 2: Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mp (ABCD). *Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm A, B, C, D, S ?*

A. 5   **B.** 6   **C.** 7   **D.** 8

Hướng dẫn giải:

Chọn A.
Có $C_4^2+1=7$ mặt phẳng.

Câu 3: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn **C.**

Do bốn điểm không đồng phẳng nên không tồn tại bộ ba điểm thẳng hàng trong số bốn điểm đó. Cứ ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng nên số mặt phẳng phân biệt có thể lập được từ bốn điểm đã cho là $C_4^3=4$.

Câu 4: Trong mp(α), cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S\notin mp(\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.
Điểm S cùng với hai trong số bốn điểm A, B, C, D tạo thành một mặt phẳng, từ bốn điểm ta có 6 cách chọn ra hai điểm, nên có tất cả 6 mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên.

Câu 5: Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$, điểm $E\notin(\alpha)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong năm điểm A,B,C,D,E?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.
Điểm E và 2 điểm bất kì trong 4 điểm A,B,C,D tạo thành 6 mặt phẳng, bốn điểm A,B,C,D tạo thành 1 mặt phẳng.
Vậy có tất cả 7 mặt phẳng.

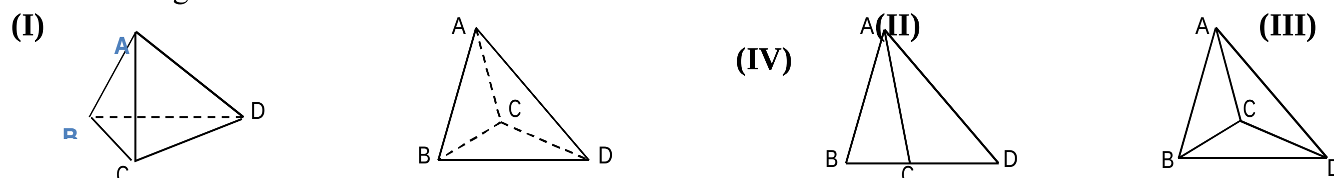
Câu 6: Cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có bốn điểm nào ở trên cùng một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong số năm điểm đã cho?

A. 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 14.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.
Cứ chọn ra ba điểm trong số năm điểm A, B, C, D, E ta sẽ có một mặt phẳng. Từ năm điểm ta có 10 cách chọn ra ba điểm bất kỳ trong số năm điểm đã cho, nên có 10 phẳng tạo bởi ba trong số năm điểm đã cho.

Câu 7: Trong các hình sau :



Hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện ? (Chọn Câu đúng nhất)

A. **(I).** **B.** **(I), (II).** **C.** **(I), (II), (III).** **D.** **(I), (II), (III), (IV).**

Hướng dẫn giải:

Chọn B.
Hình (III) sai vì đó là hình phẳng.

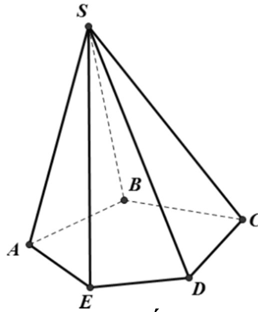
Câu 8: *Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là :*

A. 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hình chóp ngũ giác có 5 mặt bên + 1 mặt đáy. 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.



Câu 9: *Một hình chóp cụt có đáy là một n giác, có số mặt và số cạnh là :*

A. $n+2$ mặt, $2n$ cạnh.   **B.** $n+2$ mặt, $3n$ cạnh.

C. $n+2$ mặt, n cạnh.   **D.** n mặt, $3n$ cạnh.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Lấy ví dụ hình chóp cụt tam giác ($n=3$) có 5 mặt và 9 cạnh $\Rightarrow$ đáp án **B.**

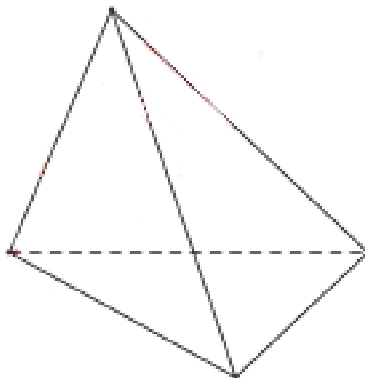
Câu 10: Trong các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?

A. 3.   **B.** 4.   **C.** 5.   **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hình tứ diện là hình chóp có số cạnh ít nhất.



Câu 11: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

D. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có thể trùng nhau. Khi đó, chúng có vô số đường thẳng chung $\Rightarrow$ **B** sai.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

Phương pháp 1

Cơ sở của phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) cần thực hiện:

- Bước 1: Tìm hai điểm chung A và B của (α) và (β).
- Bước 2: Đường thẳng AB là giao tuyến cần tìm ($AB = (\alpha) \cap (\beta)$).

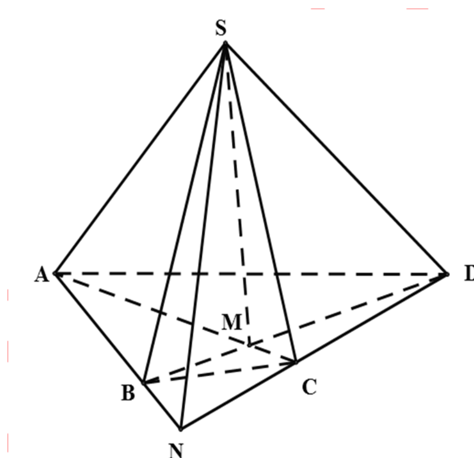
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SN. **B.** SC. **C.** SB. **D.** SM.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SM.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng

A. SN. **B.** SA. **C.** MN. **D.** SM.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

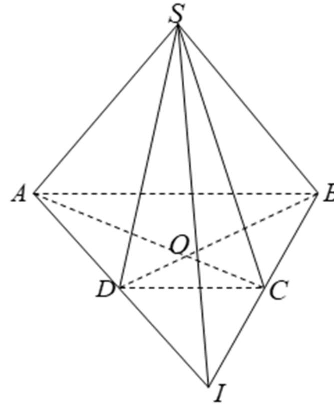
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên (SAB), (SBC), (SCD), (SAD) nên A đúng.

□ S, O là hai điểm chung của (SAC) và (SBD) nên B đúng.

□ S, I là hai điểm chung của (SAD) và (SBC) nên C đúng.

□ Giao tuyến của (SAB) và (SAD) là SA, rõ ràng SA không thể là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi O là một điểm bên trong tam giác BCD và M là một điểm trên đoạn AO. Gọi I,J là hai điểm trên cạnh BC, BD. Giả sử IJ cắt CD tại K, BO cắt IJ tại E và cắt CD tại H, ME cắt AH tại F. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là đường thẳng:

A. KM. **B.** AK. **C.** MF. **D.** KF.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do K là giao điểm của IJ và CD nên

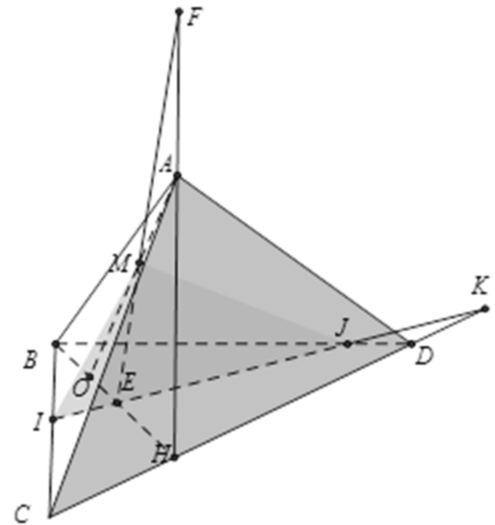
$K \in (MIJ) \cap (ACD)$ (1)

Ta có F là giao điểm của ME và AH

Mà $AH \subset (ACD)$, $ME \subset (MIJ)$ nên

$F \in (MIJ) \cap (ACD)$ (2)

Từ (1) và (2) có $(MIJ) \cap (ACD) = KF$

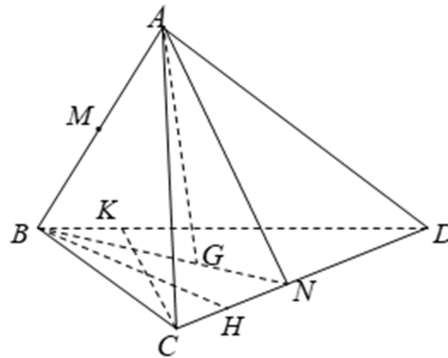


Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM, M là trung điểm AB.
B. AN, N là trung điểm CD.
C. AH, H là hình chiếu của B trên CD.
D. AK, K là hình chiếu của C trên BD.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)

G là trọng tâm tam giác BCD, N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) là:

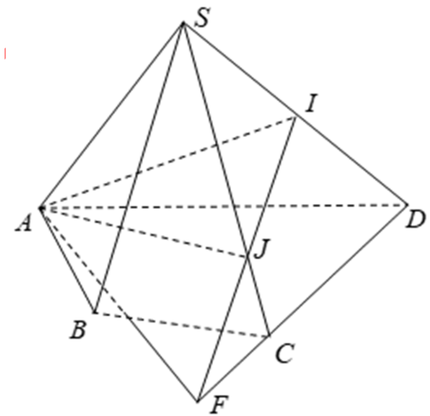
A. AK, K là giao điểm IJ và BC.
B. AH, H là giao điểm IJ và AB.
C. AG, G là giao điểm IJ và AD.
D. AF, F là giao điểm IJ và CD.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

A là điểm chung thứ nhất của $(ABCD)$ và (AIJ)

IJ và CD cắt nhau tại F, còn IJ không cắt BC, AD, AB nên F là điểm chung thứ hai của $(ABCD)$ và (AIJ). Vậy giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ) là AF.



Câu 7: phẳng (MBD) và (ABN) là:

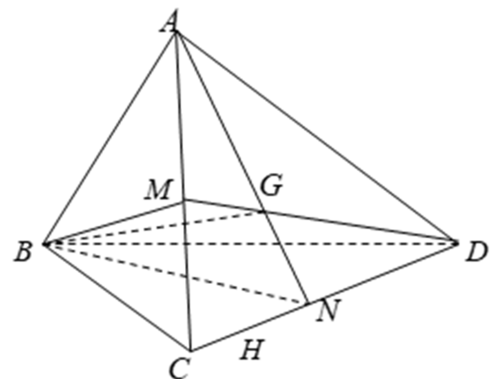
A. MN.
B. AM.
C. BG, G là trọng tâm tam giác ACD.
D. AH, H là trực tâm tam giác ACD.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

B là điểm chung thứ nhất của (MBD) và (ABN).

G là trọng tâm tam giác ACD nên $G \in AN, G \in DM$ do đó G là điểm chung thứ hai của (MBD) và (ABN). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là BG.

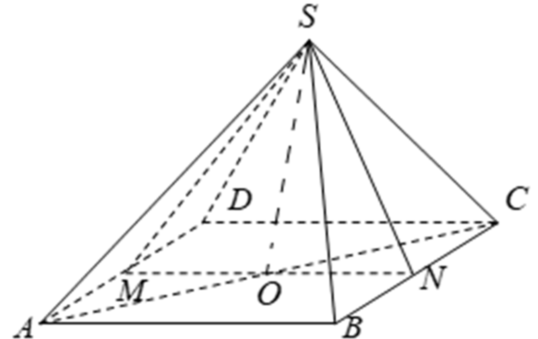


Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(SMN\right)$ và $\left(SAC\right)$ là:

A. SD.
B. SO, O là tâm hình bình hành $ABCD$.
C. SG, G là trung điểm AB.
D. SF, F là trung điểm CD.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



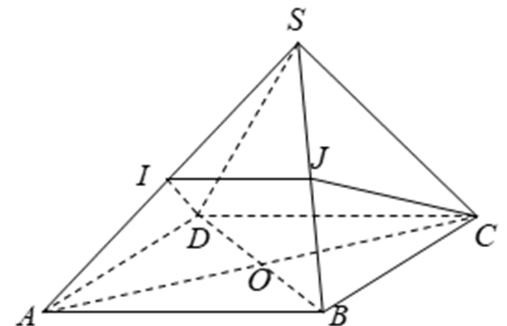
S là điểm chung thứ nhất của $\left(SMN\right)$ và $\left(SAC\right)$.
O là giao điểm của AC và MN nên $O \in AC, O \in MN$ do đó O là điểm chung thứ hai của $\left(SMN\right)$ và $\left(SAC\right)$.
Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(SMN\right)$ và $\left(SAC\right)$ là SO.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $IJCD$ là hình thang.
B. $\left(SAB\right) \cap \left(IBC\right) = IB$.
C. $\left(SBD\right) \cap \left(JCD\right) = JD$.
D. $\left(IAC\right) \cap \left(JBD\right) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



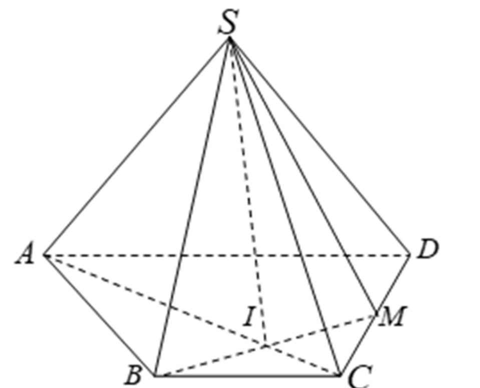
Ta có $\left(IAC\right) \equiv \left(SAC\right)$ và $\left(JBD\right) \equiv \left(SBD\right)$. Mà $\left(SAC\right) \cap \left(SBD\right) = SO$ trong đó O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $\left(AD_{€}BC\right)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(MSB\right)$ và $\left(SAC\right)$ là:

A. SI, I là giao điểm AC và BM.
B. SJ, J là giao điểm AM và BD.
C. SO, O là giao điểm AC và BD.
D. SP, P là giao điểm AB và CD.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



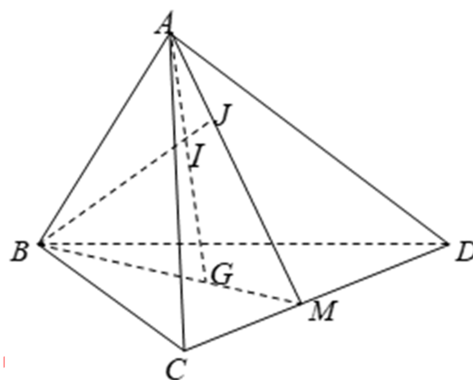
S là điểm chung thứ nhất của $\left(MSB\right)$ và $\left(SAC\right)$.
I là giao điểm của AC và BM nên $I \in AC$, $I \in BM$ do đó I là điểm chung thứ hai của $\left(MSB\right)$ và $\left(SAC\right)$. Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(MSB\right)$ và $\left(SAC\right)$ là SI.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM=(ACD)\cap(ABG)$.
B. A, J, M thẳng hàng.
C. J là trung điểm AM.
D . $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



Ta có $A\in(ACD)\cap(ABG)$,

$\begin{cases} M\in BG \\ M\in CD \end{cases}\Rightarrow M\in(ACD)\cap(ABG)$ nên

$AM=(ACD)\cap(ABG)$.

Nên $AM=(ACD)\cap(ABG)$ vậy A đúng.

A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt $(ACD),(ABG)$ nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

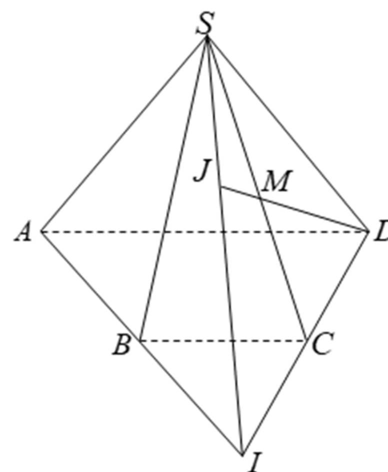
Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD//BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. S, I, J thẳng hàng.
B. $DM\subset mp(SCI)$.
C. $JM\subset mp(SAB)$.
D. $SI=(SAB)\cap(SCD)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



- S, I, J thẳng hàng vì ba điểm cùng thuộc hai mp (SAB) và (SCD) nên A đúng.
- $M\in SC\Rightarrow M\in(SCI)$ nên $DM\subset mp(SCI)$ vậy B đúng.
- $M\notin(SAB)$ nên $JM\not\subset mp(SAB)$ vậy C sai.
- Hiển nhiên D đúng theo giải thích A.

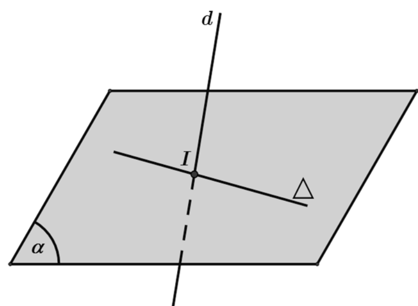
DẠNG 2: XÁC ĐỊNH GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

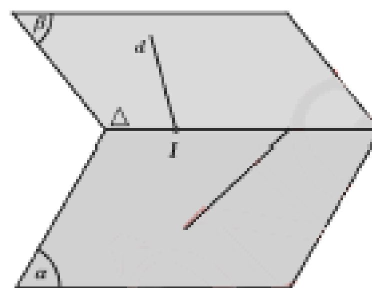
Phương pháp

Cơ sở của phương pháp tìm giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng (α) là xét hai khả năng xảy ra:

- Trường hợp 1: (α) chứa đường thẳng Δ và Δ cắt đường thẳng d tại I.

Khi đó: $I = d \cap \Delta \Rightarrow I = d \cap (\alpha)$





- Trường hợp 2: (α) không chứa đường thẳng nào cắt d.

+ Tìm $(\beta) \supset d$ và $(\alpha) \cap (\beta) = \Delta$;

+ Tìm $I = d \cap \Delta$;

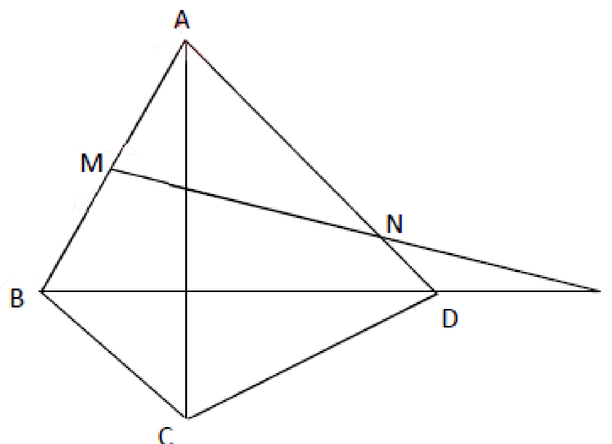
$\Rightarrow I = d \cap (\alpha)$.

Câu 1: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I. *Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sao đây:*

A. (BCD). **B.** (ABD). **C.** (CMN). **D.** (ACD).

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



$I \in BD \Rightarrow I \in (BCD), (ABD)$

$I \in MN \Rightarrow I \in (CMN)$

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD).

A. Điểm H, trong đó $E = AB \cap CD$, $H = SA \cap EM$

B. Điểm N, trong đó $E = AB \cap CD$, $N = SB \cap EM$

C. Điểm F, trong đó $E = AB \cap CD$, $F = SC \cap EM$
D. Điểm T, trong đó $E = AB \cap CD$, $T = SD \cap EM$

b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD).

A. Điểm H, trong đó $I = AC \cap BD$, $H = MA \cap SI$
B. Điểm F, trong đó $I = AC \cap BD$, $F = MD \cap SI$
C. Điểm K, trong đó $I = AC \cap BD$, $K = MC \cap SI$
D. Điểm V, trong đó $I = AC \cap BD$, $V = MB \cap SI$

Hướng dẫn giải:

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

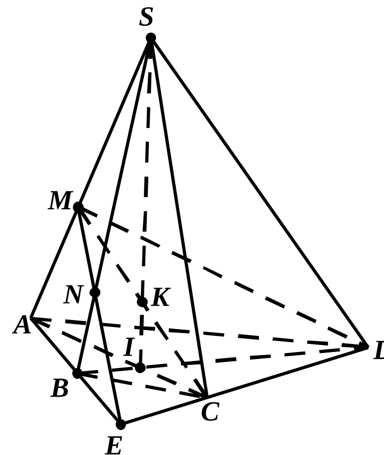
Trong (SAB) gọi.

Ta có $N \in EM \subset (MCD) \Rightarrow N \in (MCD)$ và $N \in SB$ nên $N = SB \cap (MCD)$.

b) Trong $(ABCD)$ gọi $I = AC \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $K = MC \cap SI$.

Ta có $K \in SI \subset (SBD)$ và $K \in MC$ nên $K = MC \cap (SBD)$.



Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là trên cạnh BC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

A. Điểm K, trong đó $K = IJ \cap SD$, $I = SO \cap AM$, $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$
B. Điểm H, trong đó $H = IJ \cap SA$, $I = SO \cap AM$, $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$
C. Điểm V, trong đó $V = IJ \cap SB$, $I = SO \cap AM$, $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$
D. Điểm P, trong đó $P = IJ \cap SC$, $I = SO \cap AM$, $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$

Hướng dẫn giải:

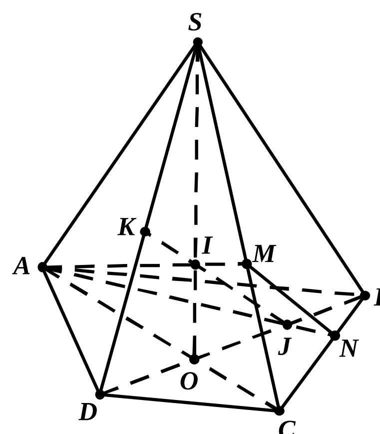
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $I = SO \cap AM$ và $K = IJ \cap SD$.

Ta có $I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$ $\Rightarrow IJ \subset (AMN)$.

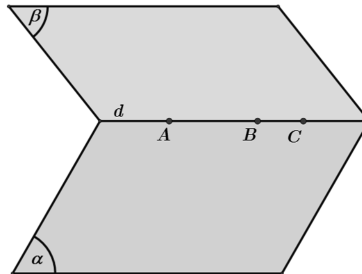
Do đó $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN)$.

Vậy $K = SD \cap (AMN)$



DẠNG 3: BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY TRONG KHÔNG GIAN

a) Để chứng minh ba điểm (hay nhiều điểm) thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.

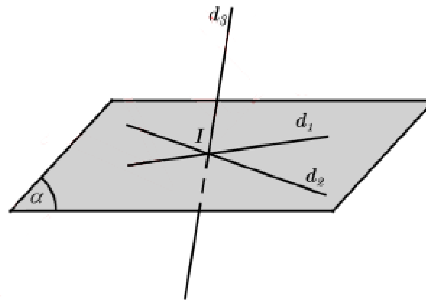


tức là:

- Tìm $d = (\alpha) \cap (\beta)$;
- Chỉ ra (chứng minh) d đi qua ba điểm A, B, C $\Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng.

Hoặc chứng minh đường thẳng AB đi qua C $\Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng.

b) Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường đường thẳng còn lại.



Phương pháp 1

Cơ sở của phương pháp này là ta cần chứng minh đường thẳng thứ nhất qua giao điểm của hai đường thẳng còn lại.

- Bước 1: Tìm $I = d_1 \cap d_2$.
- Bước 2: Chứng minh d_3 đi qua I.

$\Rightarrow d_1, d_2, d_3$ đồng quy tại I.

Phương pháp 2

Cơ sở của phương pháp là ta cần chứng minh chúng đôi một cắt nhau và dôi một ở trong ba mặt phẳng phân biệt.

- Bước 1: Xác định

$$\begin{cases} d_1, d_2 \subset (\alpha);\ d_1 \cap d_2 = I_1 \\ d_2, d_3 \subset (\beta);\ d_2 \cap d_3 = I_2 \text{ trong đó } (\alpha), (\beta), (\gamma) \text{ phân biệt} \\ d_3, d_1 \subset (\gamma);\ d_3 \cap d_1 = I_3 \end{cases}$$

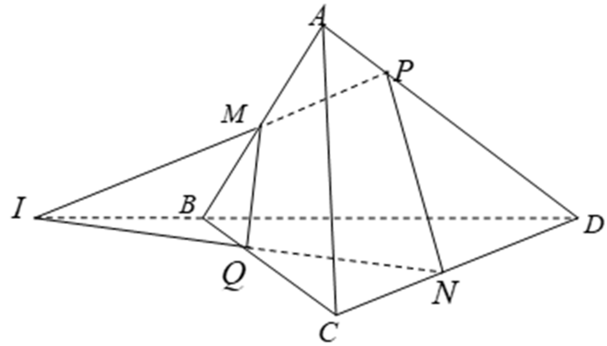
- Bước 2: Kết luận d_1, d_2, d_3 đồng quy tại $I \equiv I_1 \equiv I_2 \equiv I_3$.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Ta có MP cắt NQ tại I

$\Rightarrow \begin{cases} I \in MP \\ I \in NQ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (ABD) \\ I \in (CBD) \end{cases}$.

$\Rightarrow I \in (ABD) \cap (CBD)$.

$\Rightarrow I \in BD$.

Vậy I, B, D thẳng hàng.

Câu 2: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Ba điểm B, J, K thẳng hàng

B. Ba điểm I, J, K thẳng hàng

C. Ba điểm I, J, K không thẳng hàng

D. Ba điểm I, J, C thẳng hàng

Hướng dẫn giải:

Ta có

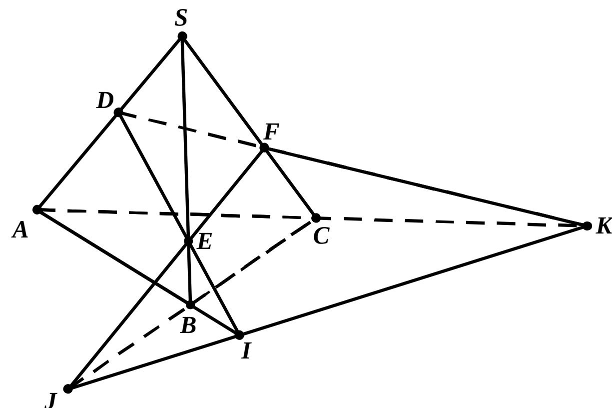
$I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$ (1).Tương tự

$J = EF \cap BC$

$\Rightarrow \begin{cases} J \in EF \in (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases}$ (2) $K = DF \cap AC$

$\Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases}$ (3) Từ (1),(2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.



Câu 3: Cho tứ diện $SABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N. Một mặt phẳng (β) đi qua BC cắt SD, SA tương ứng tại P và Q.

a) Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Bốn điểm S, I, J, G thẳng hàng. **B.** Bốn điểm S, I, J, G không thẳng hàng.

C. Ba điểm P, I, J thẳng hàng. **D.** Bốn điểm I, J, Q thẳng hàng.

b) Giả sử $K = AN \cap DM, L = BQ \cap EP$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Ba điểm S, K, L thẳng hàng. **B.** Ba điểm S, K, L không thẳng hàng

C. Ba điểm B, K, L thẳng hàng **D.** Ba điểm C, K, L thẳng hàng

Hướng dẫn giải:

a) Ta có $S \in (SAE) \cap (SBD)$, (1)

$G = AE \cap BD \Rightarrow \begin{cases} G \in AE \subset (SAE) \\ G \in BD \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} G \in (SAE) \\ G \in (SBD) \end{cases}$ (2)

$I = AM \cap DN \Rightarrow \begin{cases} I \in DN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAE) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} I \in (SBD) \\ I \in (SAE) \end{cases}$ (3)

$J = BP \cap EQ \Rightarrow \begin{cases} J \in BP \subset (SBD) \\ J \in EQ \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (SBD) \\ J \in (SAE) \end{cases}$ (4)

Từ (1),(2),(3) và (4) ta có S, I, J, G là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (SAE) nên chúng thẳng hàng.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tưng ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào đúng?

A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.
B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.
C. Các đường thẳng MP, NQ, SO song song.
D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$ gọi $I = MP \cap NQ$.

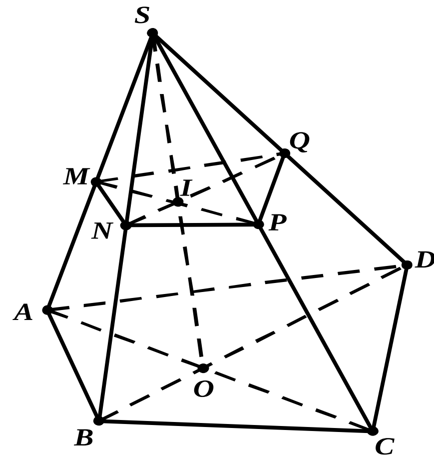
Ta sẽ chứng minh $I \in SO$.

Dễ thấy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

$\begin{cases} I \in MP \subset (SAC) \\ I \in NQ \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} I \in (SAC) \\ I \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in SO$

Vậy MP, NQ, SO đồng qui tại I.



Câu 5: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng a. Trong (P) lấy hai điểm A, B nhưng không thuộc a và S là một điểm không thuộc (P). Các đường thẳng SA, SB cắt (Q) tương ứng tại các điểm C, D. Gọi E là giao điểm của AB và a.Khẳng định nào đúng?

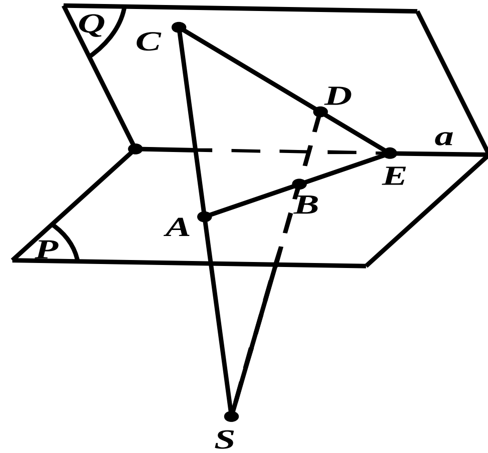
A. AB, CD và a đồng qui.
B. AB, CD và a chéo nhau.
C. AB, CD và a song song nhau.
D. AB, CD và a trùng nhau

Hướng dẫn giải:

Trước tiên ta có $S \notin AB$ vì ngược lại thì $S \in AB \subset (P) \Rightarrow S \in (P)$

(mâu thuẫn giả thiết) do đó S, A, B không thẳng hàng, vì vậy ta có mặt phẳng (SAB).

Do $C = SA \cap (Q) \Rightarrow \begin{cases} C \in SA \subset (SAB) \\ C \in (Q) \end{cases}$



$\Rightarrow \begin{cases} C \in (SAB) \\ C \in (Q) \end{cases}$ (1)

Tương tự $D = SB \cap (Q) \Rightarrow \begin{cases} D \in SB \subset (SAB) \\ D \in (Q) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} D \in (SAB) \\ D \in (Q) \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CD = (SAB) \cap (Q)$.

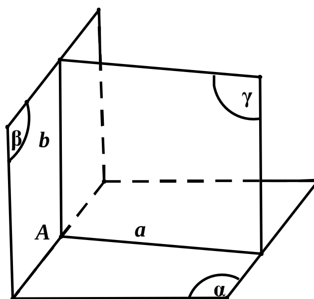
Mà $E = AB \cap a \Rightarrow \begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in a \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E \in (SAB) \\ E \in (Q) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in CD$.

Vậy AB, CD và a đồng qui đồng qui tại E.

DẠNG 4: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA MỘT MẶT PHẲNG VỚI HÌNH CHÓP.

Phương pháp:
Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α), ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp (và mỗi cạnh của thiết diện phải là một đoạn giao tuyến với một mặt của hình chóp)
Trong phần này chúng ta chỉ xét thiết diện của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
Lưu ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau :



Tìm hai đường thẳng a,b lần lượt thuộc (α) và (β), đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M = a \cap b$ chính là điểm chung của (α) và (β).

Câu 1: Cho $ABCD$ là một tứ giác lồi. Hình nào sau đây không thể là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$?

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Hướng dẫn giải:
Chọn D.
Hình chóp $S.ABCD$ có 5 mặt nên thiết diện của hình chóp có tối đa 5 cạnh. Vậy thiết diện không thể là lục giác.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tuỳ ý với hình chóp không thể là:

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tứ giác. **D.** Tam giác.

Hướng dẫn giải:
Chọn A.
Thiết diện của mặt phẳng với hình chóp là đa giác được tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng đó với mỗi mặt của hình chóp.
Hai mặt phẳng bất kì có nhiều nhất một giao tuyến.
Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có 5 mặt nên thiết diện của (α) với $S.ABCD$ có không qua 5 cạnh, không thể là hình lục giác 6 cạnh.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và điểm M ở trên cạnh SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. tam giác. **B.** hình thang. **C.** hình bình hành. **D.** hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:
Chọn B.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD.

a) Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

A. Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

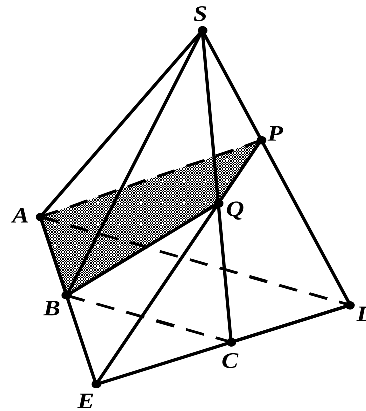
Hướng dẫn giải:

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q = SC \cap EP$.

Ta có $E \in AB$ nên $EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó $Q = SC \cap (ABP)$.

Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



b)Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F, G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$

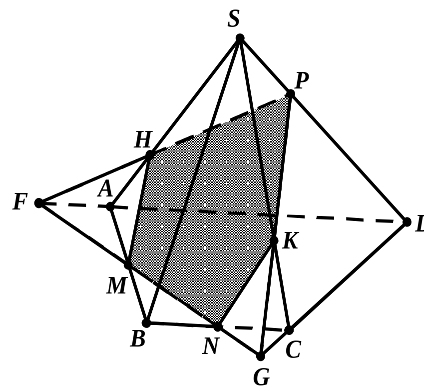
Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.

Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP)$,

$\Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$

Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$ Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$. Điểm C' nằm trên cạnh SC.

Thiết diện của hình chóp với mp (ABC') là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét (ABA') và (SCD) có

$\begin{cases} A' \in SC, SC \subset (SCD) \\ A' \in (ABA') \end{cases} \Rightarrow A'$ là điểm chung 1.

Gọi $I = AB \cap CD$

Có $\begin{cases} I \in AB, AB \subset (ABA') \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I$ là điểm chung 2.

$\Rightarrow (ABA') \cap (SCD) = IA'$

Gọi $M = IA' \cap SD$.

Có

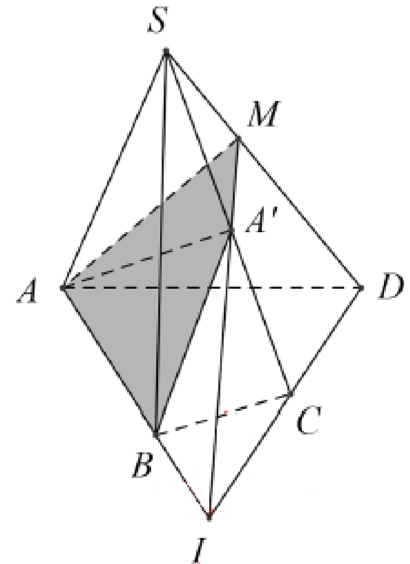
$(ABA') \cap (SCD) = A'M$

$(ABA') \cap (SAD) = AM$

$(ABA') \cap (ABCD) = AB$

$(ABA') \cap (SBC) = BA'$

Thiết diện là tứ giác $ABA'M$.



Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC.
B. Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
D. Tứ giác $IBCD$.

Hướng dẫn giải:

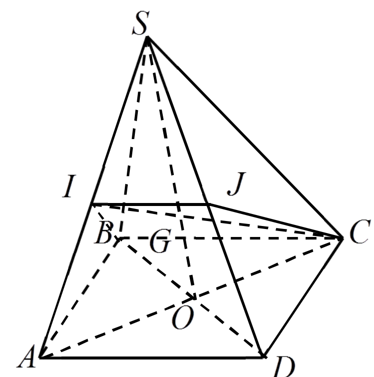
Chọn B.

Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là giao điểm của CI và SO.

Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC. Suy ra G là trọng tâm tam giác SBD.

Gọi $J = BG \cap SD$. Khi đó J là trung điểm SD.

Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác
B. Tứ giác
C. Hình thang
D. Hình bình hành

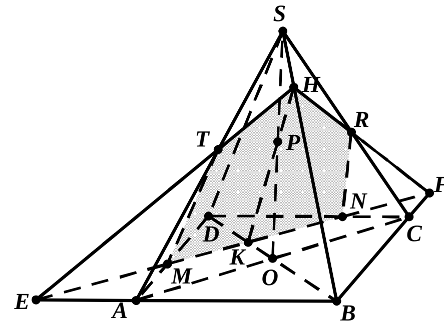
Hướng dẫn giải:

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E,K,F lần lượt là giao điểm của MN với DA,DB,DC.

Trong mặt phẳng (SDB) gọi $H = KP \cap SB$

Trong mặt phẳng (SAB) gọi $T = EH \cap SA$

Trong mặt phẳng (SBC) gọi $R = FH \cap SC$.



Ta có $\begin{cases} E \in MN \\ H \in KP \end{cases} \Rightarrow EH \subset (MNP)$,

$\begin{cases} T \in SA \\ T \in EH \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow T = SA \cap (MNP)$.

Lí luận tương tự ta có $R = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNRHT$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T). Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. (T) là hình chữ nhật.
B. (T) là tam giác.
C. (T) là hình thoi.
D. (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

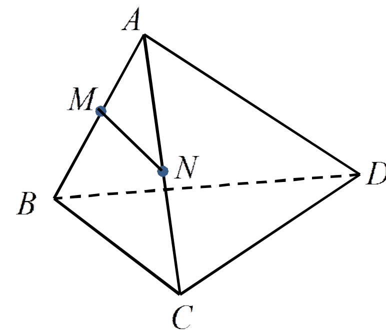
Hướng dẫn giải:

Chọn D.

(α) qua MN cắt AD ta được thiết diện là một tam giác.

(α) qua MN cắt hai cạnh BD và CD ta được thiết diện là một hình thang.

Đặc biệt khi mặt phẳng này đi qua trung điểm của BD và CD, ta được thiết diện là một hình bình hành.



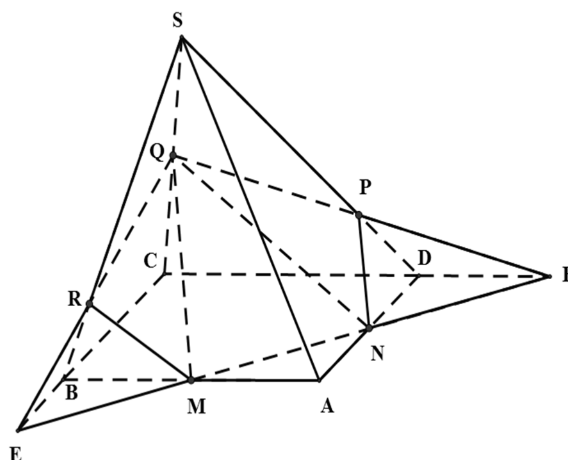
Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh ?

A. 3.
B. 4.
C. 5.
D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là ngũ giác $MNPQR$. Đa giác này có 5 cạnh.



Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng :

a) (SAC) và (SBD)

A. SC **B.** SB

C. SO trong đó $O = AC \cap BD$ **D.** $\{S\}$

b) (SAC) và (MBD)

A. SM **B.** MB

C. OM trong đó $O = AC \cap BD$ **D.** SD

c) (MBC) và (SAD)

A. SM **B.** FM trong đó $F = BC \cap AD$

C. SO trong $O = AC \cap BD$ **D.** SD

d) (SAB) và (SCD)

A. SE trong đó $E = AB \cap CD$ **B.** FM trong đó $F = BC \cap AD$

C. SO trong $O = AC \cap BD$ **D.** SD

Hướng dẫn giải:

a) Gọi $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$ Lại có $S \in (SAC) \cap (SBD)$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$

$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) $O = AC \cap BD$

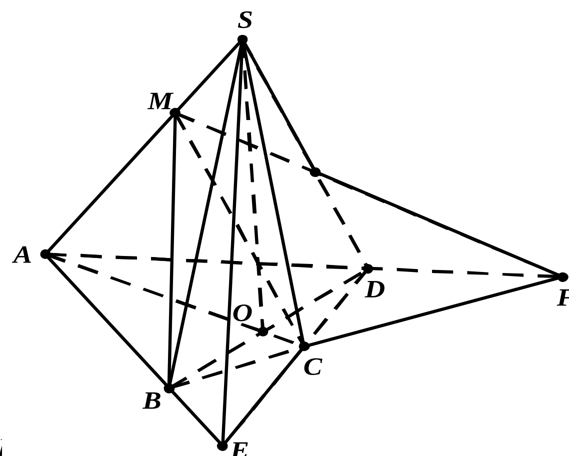
$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (MBD) \end{cases}$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (MBD)$.

Và $M \in (SAC) \cap (MBD) \Rightarrow OM = (SAC) \cap (MBD)$.

c) Trong $(ABCD)$ gọi

$F = BC \cap AD \Rightarrow \begin{cases} F \in BC \subset (MBC) \\ F \in AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MBC) \cap (SA$



Và $M \in (MBC) \cap (SAD) \Rightarrow FM = (MBC) \cap (SAD)$

d) Trong $(ABCD)$ gọi $E = AB \cap CD$, ta có

$SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD, M là điểm trên đoạn AO

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABC).

A. PC trong đó $P = DC \cap AN$, $N = DO \cap BC$
B. PC trong đó $P = DM \cap AN$, $N = DA \cap BC$
C. PC trong đó $P = DM \cap AB$, $N = DO \cap BC$
D. PC trong đó $P = DM \cap AN$, $N = DO \cap BC$

b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABD).

A. DR trong đó $R = CM \cap AQ$, $Q = CA \cap BD$
B. DR trong đó $R = CB \cap AQ$, $Q = CO \cap BD$
C. DR trong đó $R = CM \cap AQ$, $Q = CO \cap BA$
D. DR trong đó $R = CM \cap AQ$, $Q = CO \cap BD$

c) Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD).

A. FG trong đó $F = IJ \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BE \cap IA$, $E = BO \cap CD$
B. FG trong đó $F = IA \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BA \cap IJ$, $E = BO \cap CD$
C. FG trong đó $F = IJ \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BA \cap IJ$, $E = BO \cap CD$
D. FG trong đó $F = IJ \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BE \cap IJ$, $E = BO \cap CD$

Hướng dẫn giải:

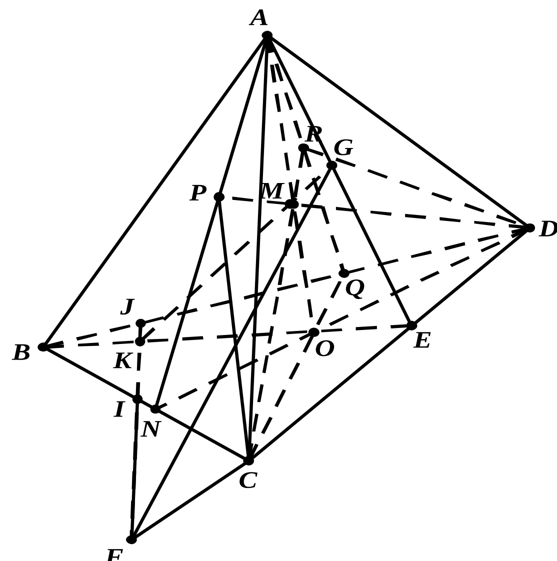
a) Trong (BCD) gọi $N = DO \cap BC$, trong (ADN) gọi $P = DM \cap AN$

$\Rightarrow \begin{cases} P \in DM \subset (CDM) \\ P \in AN \subset (ABC) \end{cases}$

$\Rightarrow P \in (CDM) \cap (ABC)$

Lại có

$C \in (CDM) \cap (ABC) \Rightarrow PC = (CDM) \cap (ABC)$.



b)Tương tự, trong (BCD) gọi $Q = CO \cap BD$, trong (ACQ) gọi $R = CM \cap AQ$

$\Rightarrow \begin{cases} R \in CM \subset (CDM) \\ R \in AQ \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow R \in (CDM) \cap (ABD)$

D là điểm chung thứ hai của (MCD) và (ABD) nên $DR = (CDM) \cap (ABD)$.

c) Trong (BCD) gọi $E = BO \cap CD, F = IJ \cap CD$, $K = BE \cap IJ$; trong (ABE) gọi $G = KM \cap AE$.

Có $\begin{cases} F \in IJ \subset \left(IJM\right) \\ F \in CD \subset \left(ACD\right) \end{cases} \Rightarrow F \in \left(IJM\right) \cap \left(ACD\right)$, $\begin{cases} G \in KM \subset \left(IJM\right) \\ G \in AE \subset \left(ACD\right) \end{cases}$

HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.........................2

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT...2

B – BÀI TẬP...2

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG..5

DẠNG 3: CHỨNG MINH BỐN ĐIỂM ĐỒNG PHẲNG VÀ BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUI 12

HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có các trường hợp sau đây xảy ra đối với a và b:

Trường hợp 1: Có một mặt phẳng chứa cả a và b, khi đó theo kết quả tronh hình học phẳng ta có ba khả năng sau:

- a và b cắt nhau tại điểm M, ta kí hiệu $a \cap b = M$.
- a và b song song với nhau, ta kí hiệu $a \| b$.
- a và b trùng nhau, ta kí hiệu $a \equiv b$.

Trường hợp 2: Không có mặt phẳng nào chứa cả a và b, khi đó ta nói a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

2.Các tính chất

• Trong không gian, qua một điểm cho trước không nằm trên đường thẳng a có một và chỉ một đường thẳng song song với a.

• Nếu ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng qui hoặc đôi một song song.

• Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

• Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
C. Hai đường thẳng song song nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dựa vào vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 3: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu A sai vì hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau hoặc song song với nhau.
Câu B sai vì hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau hoặc song song với nhau.

Câu D sai vì hai đường thẳng phân biệt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.

Câu 4: Hãy Chọn Câu đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Không có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

- Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì có thể trùng nhau $\Rightarrow$ **A** sai.
- Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song hoặc chéo nhau $\Rightarrow$ **B** sai.
- Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì có thể cắt, trùng hoặc chéo nhau $\Rightarrow$ **C** sai.
- Hai đường thẳng chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng $\Rightarrow$ **D** đúng.

Câu 5: Hãy Chọn Câu đúng?

A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.

B. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.

C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có hai đường thẳng p và q song song nhau mà mỗi đường đều cắt cả a và b .

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

- Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì có thể đôi một song song nhau $\Rightarrow$ **A** sai.
- Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng có thể trùng với một trong hai đường thẳng đó $\Rightarrow$ **B** sai.
- Giả sử: p cắt a và b lần lượt tại A và B . q cắt a và b lần lượt tại A' và B'.

Nếu $p//q \Rightarrow A, B, A', B'$ đồng phẳng $\Rightarrow a, b$ đồng phẳng (mâu thuẫn) $\Rightarrow$ **C** sai.

- Hai đường thẳng chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng $\Rightarrow$ **D** đúng.

Câu 6: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mp(α).

Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vị trí tương đối của hai đường thẳng cùng nằm trong 1 mặt phẳng là:

- Hai đường thẳng trùng nhau.
- Hai đường thẳng cắt nhau.
- Hai đường thẳng song song.

Câu 7: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Có thể song song hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.

C. Song song nhau. **D.** Chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có a và b chéo nhau nên A, B, C, D không đồng phẳng. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 8: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a//b$. Khẳng định nào sau đây **không đúng**?

A. Nếu $a//c$ thì $b//c$.

B. Nếu c cắt a thì c cắt b.

C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.

D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

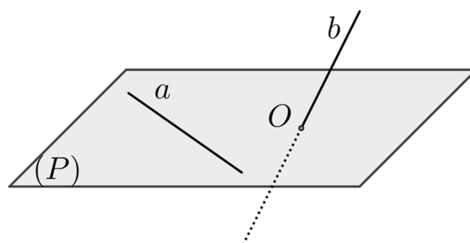
B. sai do a, c cắt nhau nên cùng nằm trong mặt (α) và đường thẳng b song song với (α). Khi đó c và b có thể chéo nhau.

Câu 9: Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a. Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song nhau. **D.** trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Dựa vào hình vẽ ta suy ra a và b chéo nhau.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Phương pháp: Có thể sử dụng 1 trong các cách sau:

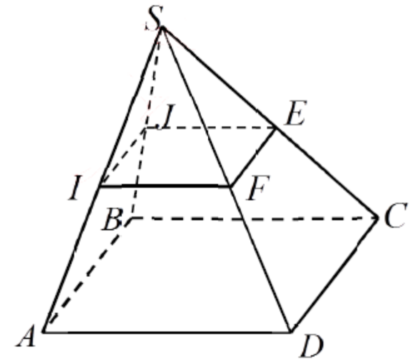
1. Chứng minh 2 đường thẳng đó đồng phẳng, rồi áp dụng phương pháp chứng minh song song trong hình học phẳng (như tính chất đường trung bình, định lí Talét đảo, …)
2. Chứng minh 2 đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
3. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
4. Áp dụng định lí về giao tuyến song song.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không song song** với IJ?

A. EF. **B.** DC. **C.** AD. **D.** AB.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



Ta có IJ là đường trung bình tam giác SAB nên $IJ // AB$.
D. đúng.
$ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD$. Suy ra $IJ // CD$. **B.** đúng.
EF là đường trung bình tam giác SCD nên $EF // CD$. Suy ra $IJ // EF$. **A.** đúng.
Do đó chọn đáp án **C.**

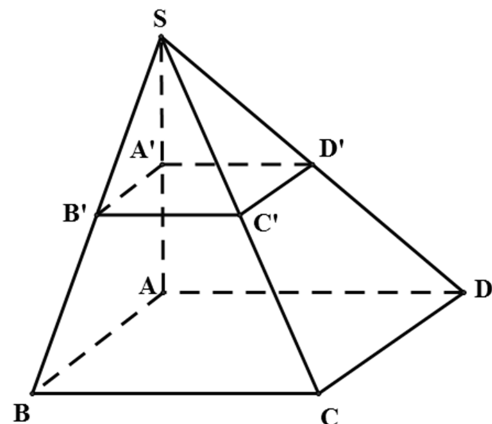
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC và SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $A'B'$ sẽ song song với các đường thẳng AB, CD và $C'D'$. Do vậy các phương án A, B và C đều sai.



Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $AB'C'D$ và $A'BCD'$ là hai hình bình hành có chung một đường trung bình.
B. BD' và $B'C'$ chéo nhau.
C. $A'C$ và DD' chéo nhau.
D. DC' và AB' chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

DC' và AB' song song với nhau.

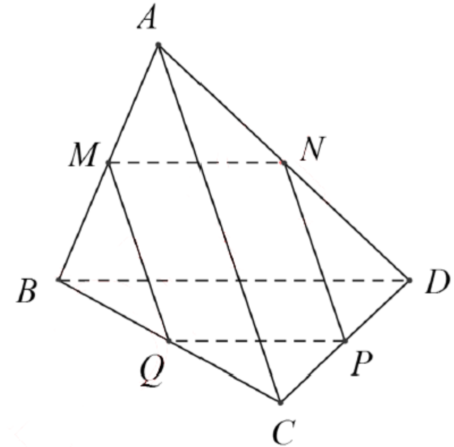
Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,AD,CD,BC. *Mệnh đề nào sau đây **sai**?*

A. $MN//BD$ và $MN=\frac{1}{2}BD$. **B.** $MN//PQ$ và $MN=PQ$.

C. $MNPQ$ là hình bình hành. **D.** MP và NQ chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Có MN,PQ lần lượt là đường trung bình tam giác ABD,BCD nên $\begin{cases} MN//BD, MN=\frac{1}{2}BD \\ PQ//BD, PQ=\frac{1}{2}BD \end{cases}$.

Nên $MN//PQ, MN=PQ$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Do đó MP và NQ cùng thuộc mặt phẳng $MNPQ$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SB.

a) Khẳng định nào sau đây là đúng nhất

A. MN song song với CD.

B. MN chéo với CD.

C. MN cắt với CD.

D. MN trùng với CD.

b) Gọi P là giao điểm của SC và (ADN), I là giao điểm của AN và DP. Khẳng định nào sau đây là đúng?

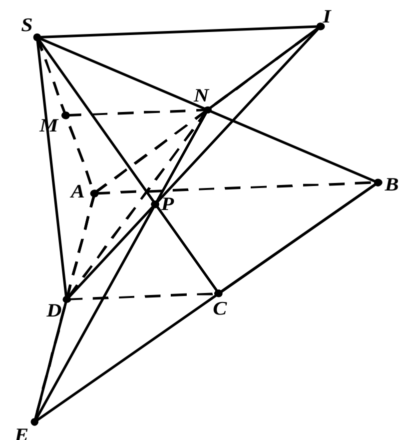
A. SI song song với CD.

B. SI chéo với CD.

C. SI cắt với CD.

D. SI trùng với CD.

Hướng dẫn giải:



a) Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$.

Lại có $ABCD$ là hình thang $\Rightarrow AB//CD$.

Vậy $\begin{cases} MN \parallel AB \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD$.

b) Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (AND) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

Do $I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Ta có $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC. Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q.

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN song song với PQ.

B. MN chéo với PQ.

C. MN cắt với PQ.

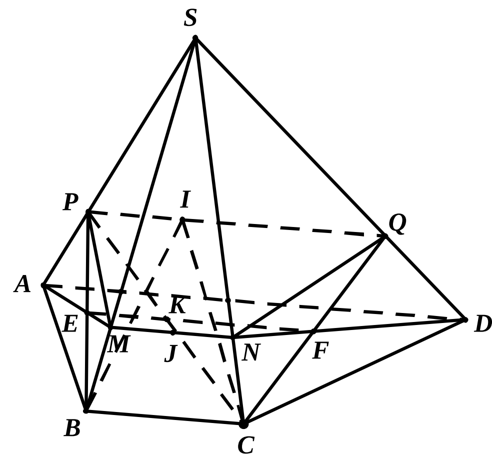
D. MN trùng với PQ.

b) Giải sử AM cắt BP tại E; CQ cắt DN tại F. Chứng minh EF song song với MN và PQ. Tính EF theo a, b.

A. $EF = \frac{1}{2}(a+b)$ **B.** $EF = \frac{3}{5}(a+b)$ **C.** $EF = \frac{2}{3}(a+b)$ **D.** $EF = \frac{2}{5}(a+b)$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có $I \in (SAD) \Rightarrow I \in (SAD) \cap (IBC)$.



Vậy $\begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (IBC) \\ AD \parallel BC \\ (SAD) \cap (IBC) = PQ \end{cases}$

$\Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC \quad (1)$

Tương tự $J \in (SBC) \Rightarrow J \in (SBC) \cap (ADJ)$

Vậy $\begin{cases} AD \subset (ADJ) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \\ (SBC) \cap (ADJ) = MN \end{cases}$

$\Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel PQ$.

b) Ta có $E = AM \cap BP \Rightarrow \begin{cases} E \in (AMND) \\ E \in (PBCQ) \end{cases}$; $F = DN \cap CQ \Rightarrow \begin{cases} F \in (AMND) \\ F \in (PBCQ) \end{cases}$

Do đó $EF = (AMND) \cap (PBCQ)$. Mà $\begin{cases} AD \parallel BC \\ MN \parallel PQ \end{cases} \Rightarrow EF \parallel AD \parallel BC \parallel MN \parallel PQ$.

Tính EF : Gọi $K = CP \cap EF \Rightarrow EF = EK + KF$

Ta có $EK \parallel BC \Rightarrow \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB}$ (1), $PM \parallel AB \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{PM}{AB}$

Mà $\frac{PM}{AB} = \frac{SP}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{2}{3}$.

Từ (1) suy ra $\frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} = \frac{PE}{PE + EB} = \frac{1}{1 + \frac{EB}{PE}} = \frac{2}{5} \Rightarrow EK = \frac{2}{5}BC = \frac{2}{5}b$

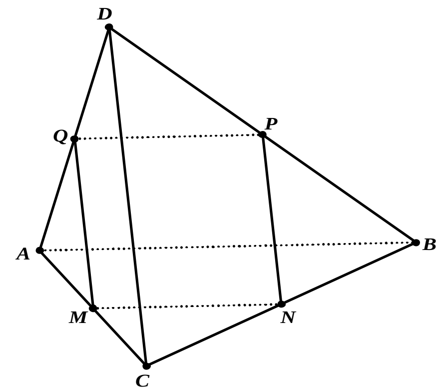
Tương tự $KF = \frac{2}{5}a$. Vậy $EF = EK + KF = \frac{2}{5}(a + b)$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AC, BC, BD, AD. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn D.



Ta có: MN song song với PQ vì cùng song song với AB, MQ song song với PN vì cùng song song với CD nên tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi khi $MQ = PQ \Leftrightarrow AB = CD$.

DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT BẰNG QUAN HỆ SONG SONG

Phương pháp:
Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) có điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song d và d' thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng đi qua M song song với d và d'.

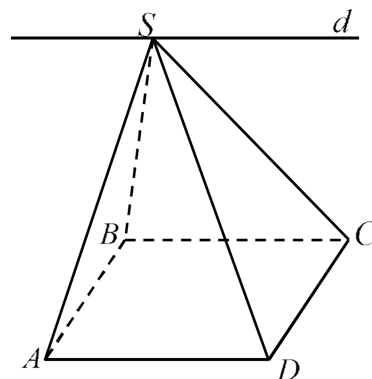
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC.
B. d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB.
D. d qua S và song song với BD.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SAC) \\ d = (SAD) \cap (SAC) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow d // BC$ (Theo hệ quả của định lý 2 (Giao tuyến của ba mặt phẳng)).



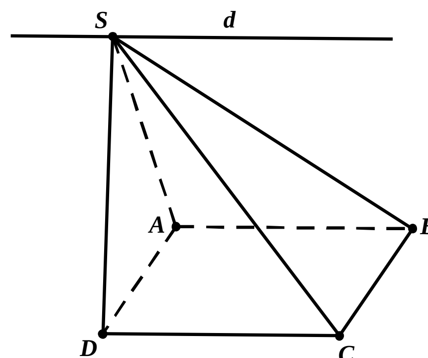
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

A. là đường thẳng đi qua S song song với AB, CD
B. là đường thẳng đi qua S
C. là điểm S
D. là mặt phẳng (SAD)

Hướng dẫn giải:

Ta có $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \parallel AB \parallel CD, S \in d$.



Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. *Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?*

A. AB.
B. AC.
C. BC.
D. SA.

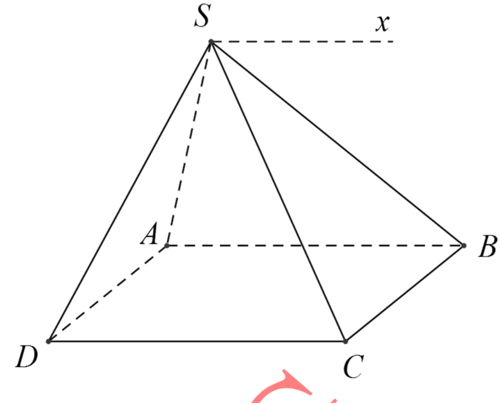
Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét (SAB) và (SCD) có

S là điểm chung $\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx//AB//CD$



Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng :

A. qua I và song song với AB. **B.** qua J và song song với BD.
C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

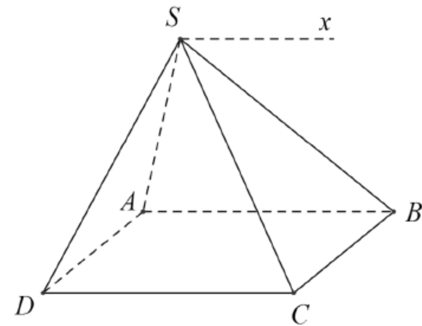
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi d là giao tuyến của (GIJ) và (BCD).

Ta có $G \in (GIJ) \cap (BCD)$, $IJ//CD$, $IJ \subset (GIJ)$, $CD \subset (BCD)$.

Suy ra d đi qua G và song song với CD.



Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG).

A. là đường thẳng song song với AB
B. là đường thẳng song song vơi CD
C. là đường thẳng song song với đường trung bình của hình thang ABCD
D. Cả A, B, C đều đúng

b) Tìm điều kiện của AB và CD để thiết diện của (IJG) và hình chóp là một hình bình hành.

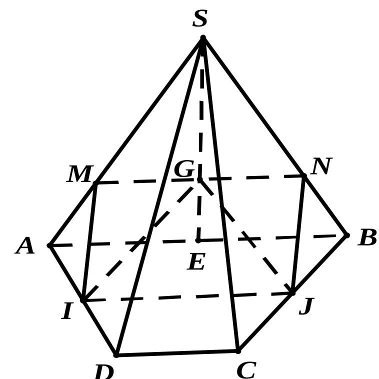
A. $AB = \frac{2}{3}CD$ **B.** $AB = CD$ **C.** $AB = \frac{3}{2}CD$ **D.** $AB = 3CD$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có $ABCD$ là hình thang và I, J là trung điểm của AD, BC nên $IJ // AB$.

Vậy $\begin{cases} G \in (SAB) \cap (IJG) \\ AB \subset (SAB) \\ IJ \subset (IJG) \\ AB \parallel IJ \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (IJG) = MN \parallel IJ \parallel AB$ với



$M \in SA, N \in SB$.

b) Dễ thấy thiết diện là tứ giác $MNJI$.

Do G là trọng tâm tam giác SAB và $MN \parallel AB$ nên $\frac{MN}{AB} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$

(E là trung điểm của AB).

$\Rightarrow MN = \frac{2}{3}AB$.

Lại có $IJ = \frac{1}{2}\left(AB + CD\right)$. Vì $MN \parallel IJ$ nên $MNIJ$ là hình thang, do đó $MNIJ$ là hình bình hành khi $MN = IJ$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}\left(AB + CD\right) \Leftrightarrow AB = 3CD$.

Vậy thết diện là hình bình hành khi $AB = 3CD$.

DẠNG 3: CHỨNG MINH BỐN ĐIỂM ĐỒNG PHẲNG VÀ BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUI

Phương pháp:
+ Để chứng minh bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng ta tìm hai đường thẳng a,b lần lượt đi qua hai trong bốn điểm trên và chứng minh a,b song song hoặc cắt nhau, khi đó A,B,C,D thuôc $mp(a,b)$.

+ Để chứng minh ba đường thẳng a,b,c đồng qui ngoài cách chứng minh ở §1, ta có thể chứng minh a,b,c lần lượt là giao tuyến của hai trong ba mặt phẳng $(\alpha),(\beta),(\delta)$ trong đó có hai giao tuyến cắt nhau. Khi đó theo tính chất về giao tuyến của ba mặt phẳng ta được a,b,c đồng qui.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M,P,R,T. **B.** M,Q,T,R. **C.** M,N,R,T. **D.** P,Q,R,T.

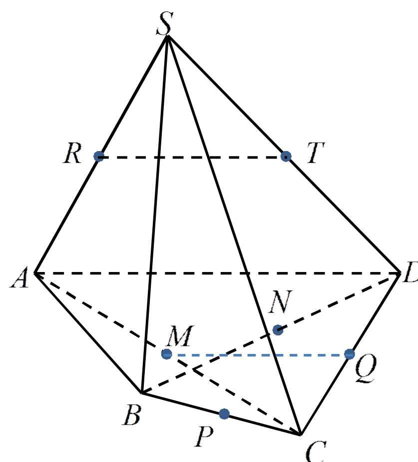
Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có RT là đường trung bình của tam giác SAD nên $RT//AD$.

MQ là đường trung bình của tam giác ACD nên $MQ//AD$.

Suy ra $RT//MQ$. Do đó M, Q, R, T đồng phẳng.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi M,N,E,F lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA,SB,SC và SD.

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. ME,NF,SO đôi một song song (O là giao điểm của AC và BD).

B. ME,NF,SO không đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).

C. ME,NF,SO đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

D. ME,NF,SO đôi một chéo nhau (O là giao điểm của AC và BD).

b) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Bốn điểm M,N,E,F đồng phẳng.

B. Bốn điểm M,N,E,F không đồng phẳng.

C. MN, EF chéo nhau

D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

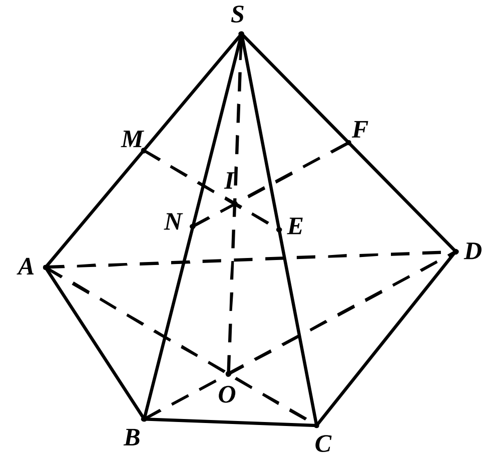
a) Trong (SAC) gọi $I = ME \cap SO$, dễ thấy I là trung điểm của SO, suy ra FI là đường trung bình của tam giác SOD.

Vậy $FI//OD$.

Tương tự ta có $NI \parallel OB$ nên N, I, F thẳng hàng hay $I \in NF$.

Vậy minh ME, NF, SO đồng qui.

b) Do $ME \cap NF = I$ nên ME và NF xác định một mặt phẳng. Suy ra M, N, E, F đồng phẳng.



Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA. Chứng minh:

a) Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

b) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

B. Bốn điểm M, N, E, F không đồng phẳng.

C. MN, EF chéo nhau

D. Cả A, B, C đều sai

b) Ba đường thẳng ME, NF, SO đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. ME, NF, SO đôi một song song (O là giao điểm của AC và BD).

B. ME, NF, SO không đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).

C. ME, NF, SO đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

D. ME, NF, SO đôi một chéo nhau (O là giao điểm của AC và BD).

Hướng dẫn giải:

a) Gọi M', N', E', F' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA.

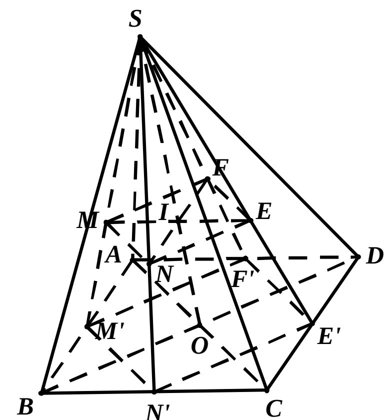
Ta có $\frac{SM}{SM'} = \frac{2}{3}, \frac{SN}{SN'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SM}{SM'} = \frac{SN}{SN'}$

$\Rightarrow MN \parallel M'N' \quad (1)$.

Tương tự $\frac{SE}{SE'} = \frac{SF}{SF'} \Rightarrow EF \parallel E'F' \quad (2)$

Lại có $\begin{cases} M'N' \parallel AC \\ E'F' \parallel AC \end{cases} \Rightarrow M'N' \parallel E'F' \ (3)$

Từ $(1),(2)$ và (3) suy ra $MN \parallel EF$. Vậy bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.



b) Dễ thấy $M'N'E'F'$ cũng là hình bình hành và $O = M'E' \cap N'F'$.

Xét ba mặt phẳng $(M'SE'),(N'SF')$ và $(MNEF)$ ta có :

$(M'SE')\cap(N'SF')=SO$

$(M'SE')\cap(MNEF)=ME$

$(N'SF')\cap(MNEF)=NF$

$ME\cap NF=I$.

Do đó theo định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng thì ba đường thẳng ME,NF,SO đồng qui.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, AD, BC, CD. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng ?

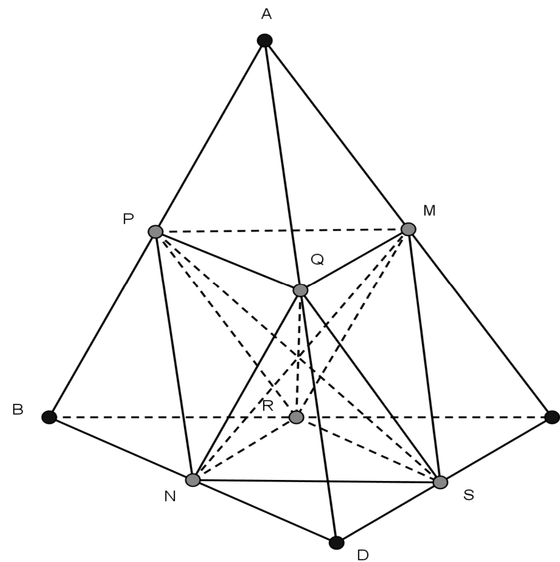
A. P, Q, R, S. **B.** M, N, R, S. **C.** M, N, P, Q. **D.** M, P, R, S.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do PQ là đường trung bình của tam giác $ABD\Rightarrow PQ\parallel BD$. Tương tự, ta có $RS\parallel BD$. Vậy $PQ\parallel RS\Rightarrow P,Q,R,S$ cùng nằm trên một mặt phẳng.

Các bộ bốn điểm M, N, R, S; M, N, P, Q và M, P, R, S đều không đồng phẳng.



ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG 2

DẠNG 1: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG.......................6

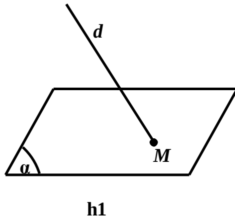
DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN SONG SONG VỚI ĐƯỜNG THẲNG...............................9

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

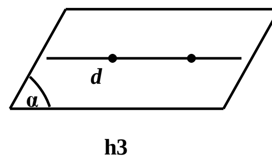
1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α), ta có ba vị trí tương đối giữa chúng là:

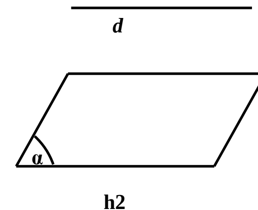
- d và (α) cắt nhau tại điểm M, kí hiêu $\{M\} = d \cap (\alpha)$ hoặc để đơn giản ta kí hiệu $M = d \cap (\alpha)$ (h1)
- d song song với (α), kí hiệu $d \parallel (\alpha)$ hoặc $(\alpha) \parallel d$ (h2)
- d nằm trong (α), kí hiệu $d \subset (\alpha)$ (h3)



h1



h3

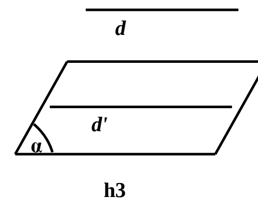


h2

2. Các định lí và tính chất.

- Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằn trong (α) thì d song song với (α).

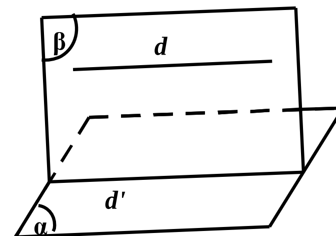
Vậy $\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$



h3

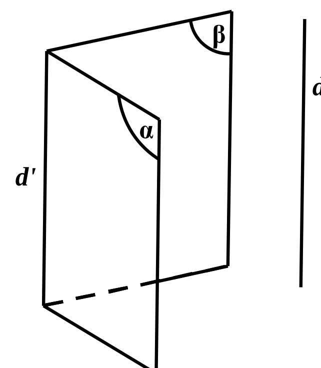
- Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) đi qua d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.

Vậy $\begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ d \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d' \parallel d$.

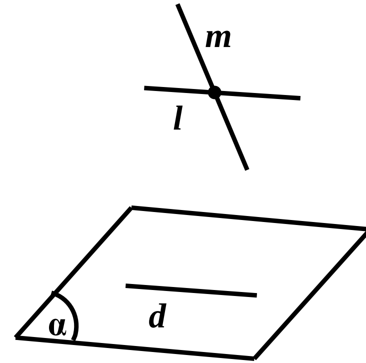


- Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

Vậy $\begin{cases} (\alpha) \parallel d \\ (\beta) \parallel d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d' \parallel d$.



- Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.



Câu 1: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu $d//(\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng (a) sao cho $a//d$.

B. Nếu $d//(\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì $b//d$.

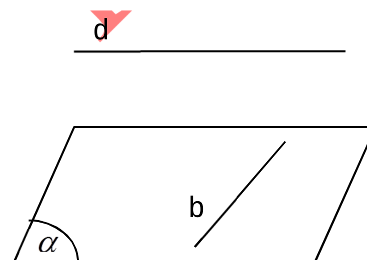
C. Nếu $d//c \subset (\alpha)$ thì $d//(\alpha)$.

D. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và đường thẳng $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B.

Khi $(d)//(\alpha)$ và đường thẳng $(b) \subset (\alpha)$ thì ngoài trường hợp $(b)//(d)$ còn có trường hợp (b) và (d) chéo nhau.



Câu 2: Cho hai đường thẳng a và b cùng song song với $mp(P)$. *Khẳng định nào sau đây* ***không sai?***

A. $a//b$.

B. a và b cắt nhau.

C. a và b chéo nhau.

D. Chưa đủ điều kiện để kết luận vị trí tương đối của a và b.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

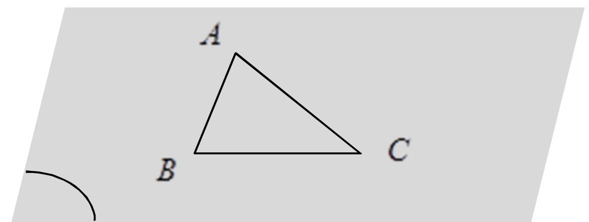
Cho $mp(P)$ qua A, B, C không thẳng hàng.

Giả sử a, b, c phân biệt là các đường thẳng nằm ngoài $mp(P)$ thỏa $a//AB, b//AB, c//BC$.

Trong trường hợp này $a//b$.

Nếu a và c đồng phẳng thì a cắt c.

Nếu a và c không đồng phẳng thì a và c chéo nhau.



Câu 3: *Khẳng định nào sau đây đúng?*

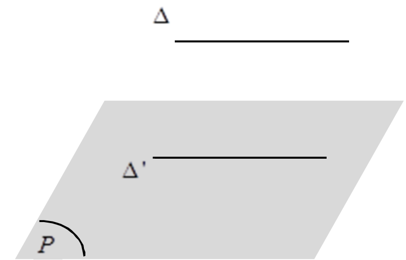
A. Đường thẳng $a \subset mp(P)$ và $mp(P)//$ đường thẳng $\Delta \Rightarrow a//\Delta$.

B. $\Delta // mp(P) \Rightarrow$ Tồn tại đường thẳng $\Delta' \subset mp(P): \Delta' // \Delta$.

C. Nếu đường thẳng Δ song song với $mp(P)$ và (P) cắt đường thẳng a thì Δ cắt đường thẳng a.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì 2 đường thẳng đó song song nhau.

Hướng dẫn giải:



Chọn B.

Ta có $\left.\begin{matrix}\Delta//\Delta'\\ \Delta'\subset(P)\end{matrix}\right\}\Rightarrow\Delta//(P)$.

Câu 4: Cho $mp(P)$ và hai đường thẳng song song a và b.

Ghi Đ (đúng) hoặc S (sai) vào ô vuông trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $mp(P)$ song song với a thì $(P)//b$ ☐

B. Nếu $mp(P)$ song song với a thì (P) chứa b ☐

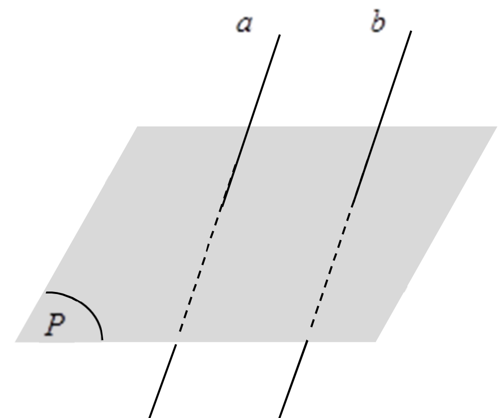
C. Nếu $mp(P)$ song song với a thì $(P)//b$ hoặc chứa b ☐

D. Nếu $mp(P)$ cắt a thì cũng cắt b ☐

E. Nếu $mp(P)$ cắt a thì (P) có thể song song với b ☐

F. Nếu $mp(P)$ chứa a thì (P) có thể song song với b ☐

Hướng dẫn giải:



Chọn C.

$\left.\begin{matrix}a//b\\ a//(P)\end{matrix}\right\}\Rightarrow b//(P)\vee b\subset(P)$.

Chọn D.

a cắt (P) suy ra b không song song (P) mà (P) cũng không chứa b, vậy b cắt (P).

Chọn **F.**

$\left.\begin{matrix}a\subset(P)\\ a//b\\ b\not\subset(P)\end{matrix}\right\}\Rightarrow b//(P)$.

Câu 5: Trong không gian có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng là

. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng.

☐ Đường thẳng song song với mặt phẳng.

☐ Đường thẳng cắt mặt phẳng.

Câu : Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau.

Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Theo định lý 3. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Câu 6: Cho hai đường thẳng song song a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Theo tính chất: Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Câu : Cho đường thẳng a nằm trong $mp\left(\alpha\right)$ và đường thẳng $b\not\subset\left(\alpha\right)$. *Mệnh đề nào sau đây đúng?*

A. Nếu $b//\left(\alpha\right)$ thì $b//a$.

B. Nếu b cắt $\left(\alpha\right)$ thì b cắt a.

C. Nếu $b//a$ thì $b//\left(\alpha\right)$.

D. Nếu b cắt $\left(\alpha\right)$ và $mp\left(\beta\right)$ chứa b thì giao tuyến của $\left(\alpha\right)$ và $\left(\beta\right)$ là đường thẳng cắt cả a và b

Lời giải

Chọn C.

$$\left.\begin{array}{l} a\subset\left(\alpha\right)\\ b\not\subset\left(\alpha\right)\\ a//b \end{array}\right\}\Rightarrow b//\left(\alpha\right).$$

Câu 7: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. *Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?*

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi $\left(\alpha\right)$ là mp chứa a và song song b.

$\left(\alpha\right)$ có vtpt $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_a};\overrightarrow{u_b}\right]$

Đồng thời $\left(\alpha\right)$ qua A với $A\in a$.

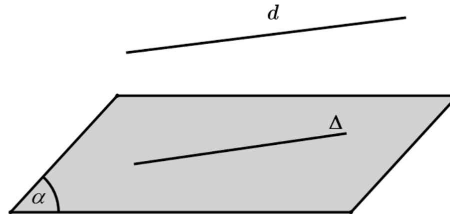
Do đó $\left(\alpha\right)$ xác định duy nhất.

DẠNG 1: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG.

Phương pháp 1

Cơ sở của phương pháp là dùng điều kiện cần và đủ để chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

- Bước 1: Quan sát và quản lí giả thiết tìm đường thẳng ưu việt $\Delta \subset (\alpha)$ và chứng minh $d \parallel \Delta$.
- Bước 2: Kết luận $d \parallel (\alpha)$.



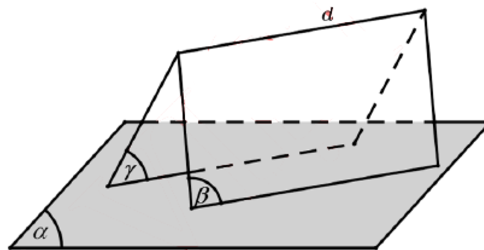
Phương pháp 2

Cơ sở của phương pháp là dùng định lý phương giao tuyến song song.

- Bước 1: Chứng minh

$d = (\beta) \cap (\gamma)$ mà $\begin{cases} (\beta) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\alpha) = b \\ a \parallel b \end{cases}$

- Bước 2: Kết luận $d \parallel (\alpha)$.



Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **SAI?**

A. $IO //$ mp(SAB).

B. $IO //$ mp(SAD).

C. mp(IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

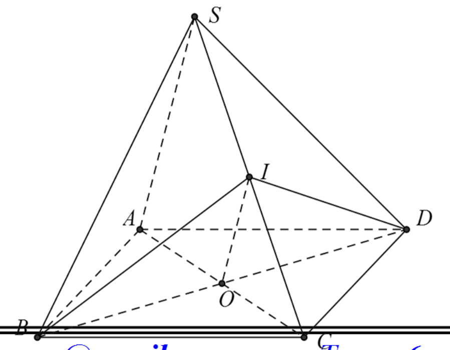
D. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\left.\begin{matrix} OI // SA \\ OI \not\subset (SAB) \end{matrix}\right\} \Rightarrow OI // (SAB)$ nên **A** đúng.

Ta có: $\left.\begin{matrix} OI // SA \\ OI \not\subset (SAD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow OI // (SAD)$ nên **B** đúng.



Ta có: (IBD) cắt hình chóp theo thiết diện là tam giác IBD nên Chọn C.

Ta có: $(IBD)\cap(SAC)=IO$ nên **D** đúng.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Chọn Câu **sai** :

A. $G_1G_2//(ABD)$.		**B.** $G_1G_2//(ABC)$.

C. BG_1, AG_2 và CD đồng qui		**D.** $G_1G_2=\dfrac{2}{3}AB$.

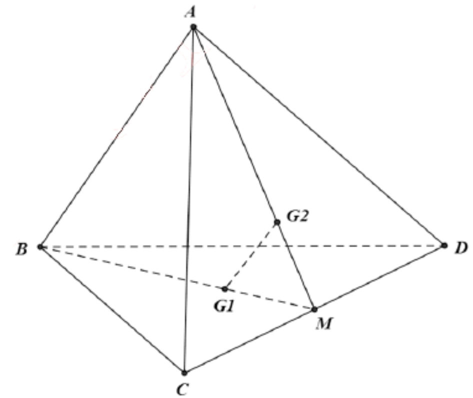
Hướng dẫn giải:

Chọn D.

G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD nên BG_1, AG_2 và CD đồng qui tại M (là trung điểm của CD).

Vì $G_1G_2//AB$ nên $G_1G_2//(ABD)$ và $G_1G_2//(ABC)$.

Lại có $G_1G_2=\dfrac{1}{3}AB$ nên chọn đáp án D.



Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua BD và song song với SA, mặt phẳng (α) cắt SC tại K. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $SK=2KC.$		**B.** $SK=3KC.$		**C.** $SK=KC.$		**D.** $SK=\dfrac{1}{2}KC.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Do mặt phẳng (α) qua BD nên $O\in(\alpha)$.

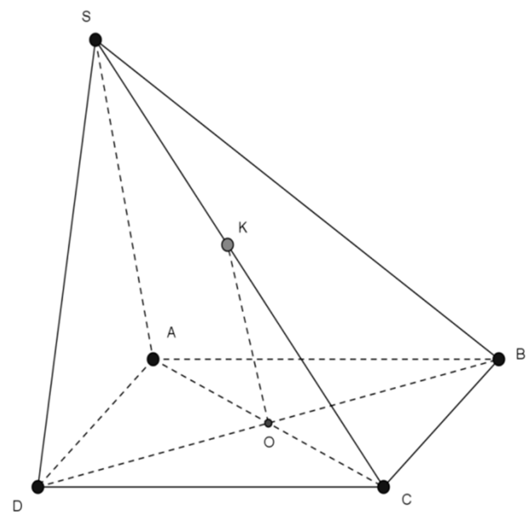
Trong tam giác SAC, kẻ OK song song SA $(K\in SC)$.

Do $\begin{cases}(\alpha)\parallel SA\\ OK\parallel SA\Rightarrow OK\subset(\alpha)\Rightarrow SC\cap(\alpha)=\{K\}.\\ O\in(\alpha)\end{cases}$

Trong tam giác SAC ta có

$\begin{cases}OK\parallel SA\\ OA=OC\end{cases}\Rightarrow OK$ là đường trung bình của $\Delta SAC.$

Vậy $SK=KC.$



Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ với M,N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD , ACD

Xét các khẳng định sau:

(I) $MN\,//\,\text{mp}\left(ABC\right)$. (II) $MN//mp\left(BCD\right)$.

(III) $MN//mp\left(ACD\right)$. (IV)) $MN//mp\left(CDA\right)$.

Các mệnh đề nào đúng?

A. I, II. **B.** II, III. **C.** III, IV. **D.** I, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

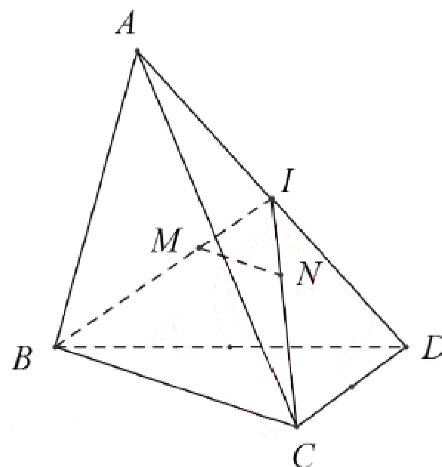
Gọi I là trung điểm của AD.

Do M,N là trọng tâm tam giác ABD, ACD nên $\dfrac{IM}{IB}=\dfrac{IN}{IC}=\dfrac{1}{3}$

Theo định lý Talet có $MN//BC$.

Mà $BC\subset\left(BCD\right), BC\subset\left(ABC\right)$.

Vậy $MN//\left(BCD\right), MN//\left(ABC\right)$.



DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN SONG SONG VỚI ĐƯỜNG THẲNG.

Phương pháp:
Sử dụng định nghĩa và các tính chất hoặc biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến.
Trong phần này ta sẽ xét thiết diện của mặt phẳng (α) đi qua một điểm song song với hai đường thẳng chéo nhau hoặc (α) chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng; để xác định thiết diện loại này ta sử dụng tính chất: $\begin{cases}(\alpha)\parallel d \\ d\subset(\beta) \\ M\in(\alpha)\cap(\beta)\end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(\beta)=d'\parallel d, M\in d'$

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD//BC$, $AD=2.BC$, M là trung điểm SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình thang vuông. **D.** hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

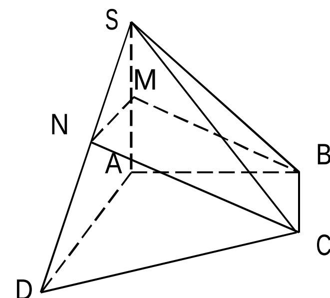
Sử dụng định lý ba đường giao tuyến ta có giao tuyến của (MBC) với (SAD) là MN sao cho $MN//BC$

Ta có: $MN//BC//AD$ nên thiết diện $AMND$ là hình thang.

Lại có $MN//BC$ và M là trung điểm SA

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình, $MN=\frac{1}{2}AD=BC$

Vậy thiết diện $MNCB$ là hình bình hành.



Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ và M là điểm ở trên cạnh AC. Mặt phẳng (α) qua và M song song với AB và CD. Thiết diện của tứ diện cắt bởi (α) là

A. hình bình hành. **B.** hình chữ nhật. **C.** hình thang. **D.** hình thoi.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Trên (ABC) kẻ $MN//AB$; $N\in BC$

Trên (BCD) kẻ $NP//CD$; $P\in BD$

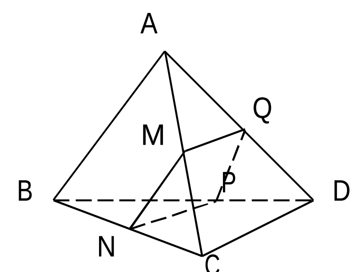
Ta có (α) chính là mặt phẳng (MNP)

Sử dụng đính lý ba giao tuyến ta có

$(MNP)\cap AD=\{Q\}$ với $MQ//CD//NP$

Ta có

$\left.\begin{matrix}MQ//NP//CD \\ MN//PQ//AB\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ thiết diện $MNPQ$ là hình bình hành.



Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tuỳ ý với hình chóp không thể là:

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tứ giác. **D.** Tam giác.

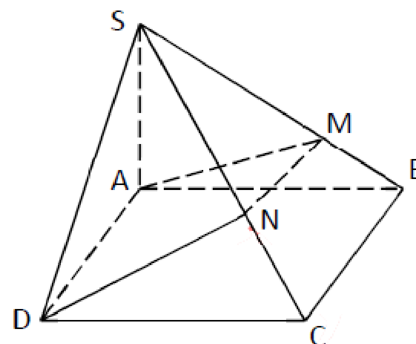
Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Thiết diện của mặt phẳng với hình chóp là đa giác được tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng đó với mỗi mặt của hình chóp.

Hai mặt phẳng bất kì có nhiều nhất một giao tuyến.

Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có 5 mặt nên thiết diện của (α) với $S.ABCD$ có không qua 5 cạnh, không thể là hình lục giác 6 cạnh.



Sử dụng định lý ba đường giao tuyến ta có giao tuyến của (ADM) với (SBC) là MN sao cho $MN//BC$

Ta có: $MN//BC//AD$ nên thiết diện $AMND$ là hình thang.

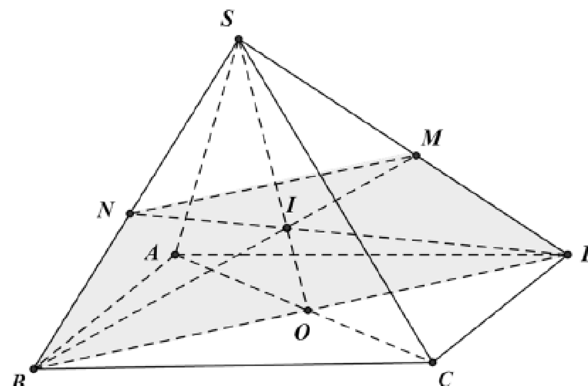
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Lấy điểm I trên đoạn SO sao cho $\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}$, BI cắt SD tại M và DI cắt SB tại N. $MNBD$ là hình gì ?

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật. **D.** Tứ diện vì MN và BD chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



I trên đoạn SO và $\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}$ nên I là trọng tâm tam giác SBD. Suy ra M là trung điểm SD; N là trung điểm SB.

Do đó $MN//BD$ và $MN=\frac{1}{2}BD$ nên $MNBD$ là hình thang.

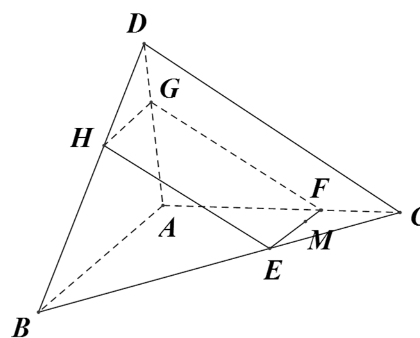
Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác $ABC, mp(\alpha)$ qua M và song song với AB và CD. *Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi $mp(\alpha)$ là:*

A. Tam giác. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình vuông. **D.** Hình bình hành.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

\\\\\\$(\alpha)//AB$ nên giao tuyến (α) và (ABC) là đường thẳng song song AB.



Trong (ABC). Qua M vẽ $EF//AB(1)$ $(E\in BC, F\in AC)$. Ta có $(\alpha)\cap(ABC)=MN$.

Tương tự trong $mp(BCD)$, qua E vẽ $EH//DC$ (2) $(H\in BD)$ suy ra $(\alpha)\cap(BCD)=HE$.

Trong $mp(ABD)$, qua H vẽ $HG//AB$ (3) $(G\in AD)$, suy ra

$(\alpha)\cap(ABD)=GH$.

Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (α) là tứ giác $EFGH$.

Ta có $\left.\begin{matrix}(\alpha)\cap(ADC)=FG\\(\alpha)//DC\end{matrix}\right\}\Rightarrow FG//DC(4)$

Từ $(1),(2),(3),(4)\Rightarrow\begin{cases}EF//GH\\EH//GF\end{cases}\Rightarrow EFGH$ là hình bình hành.

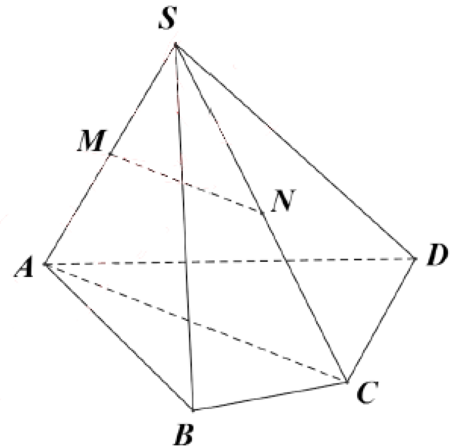
Câu 6: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. *Khẳng định nào sau đây đúng?*

A. $MN//mp(ABCD)$.

B. $MN//mp(SAB)$.

C. $MN//mp(SCD)$.

D. $MN//mp(SBC)$.



Hướng dẫn giải:

Chọn A.

MN là đường trung bình của ΔSAC nên $MN//AC$.

Ta có $\left.\begin{matrix}MN//AC\\AC\subset(ABCD)\\MN\not\subset(ABCD)\end{matrix}\right\}\Rightarrow MN//(ABCD)$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. M là trung điểm của OC, Mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BD. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) *là:*

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình ngũ giác.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

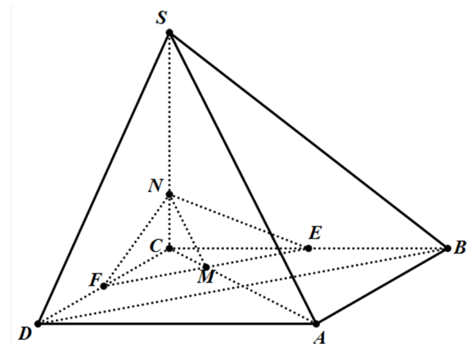
Ta có:

$\begin{cases}M\in(\alpha)\cap(ABCD)\\(\alpha)//BD\subset(ABCD)\end{cases}$.

$\Rightarrow(\alpha)\cap(ABCD)=EF//BD\ (M\in EF,\ E\in BC,\ F\in CD)$

Lại có:

$\begin{cases}M\in(\alpha)\cap(SAC)\\(\alpha)//SA\subset(SAC)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)\cap(SAC)=MN//SA(N\in SC)$.



Vậy thiết diện cần tìm là tam giác NEF.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD$. Mặt phẳng (α) qua trung điểm của AC và song song với AB, CD cắt $ABCD$ theo thiết diện là

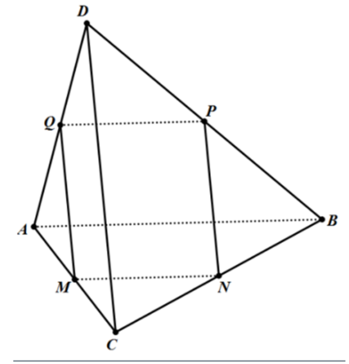
A. hình tam giác. **B.** hình vuông. **C.** hình thoi. **D.** hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi M là trung điểm của AC.

Ta có: $\begin{cases}M\in(\alpha)\cap(ABC)\\(\alpha)//AB\subset(ABC)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)\cap(ABC)=MN//AB(N\in BC)$, N là trung điểm BC .



$\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) // CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (BCD) = NP // CD (P \in BD)$, P là trung điểm BD.

$\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (BDA) \\ (\alpha) // AB \subset (BDA) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (BDA) = PQ // AB (Q \in AD)$, Q là trung điểm AD.

$\begin{cases} MQ = (\alpha) \cap (ADC) \\ (\alpha) // CD \subset (ADC) \end{cases} \Rightarrow QM // CD$

Khi đó thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Lại có: $AB = CD$ suy ra $MN = NP$.

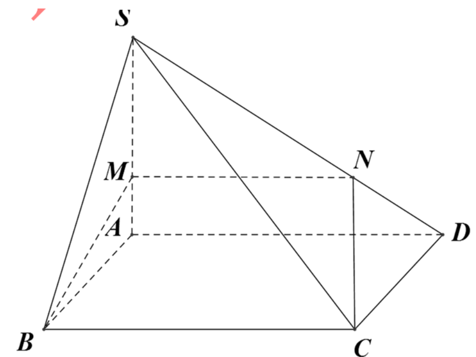
Vậy thiết diện cần tìm là hình thoi $MNPQ$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm lấy trên cạnh SA (M không trùng với S và A). $Mp(\alpha)$ *qua ba điểm* M, B, C *cắt hình chóp* $S.ABCD$ *theo thiết diện là:*

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Ta có $\left.\begin{matrix} AD // BC \subset (MBC) \\ AD \not\subset (MBC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD // (MBC)$.

Ta có $(MBC) // AD$ nên (MBC) và (SAD) có giao tuyến song song AD.

Trong (SAD), vẽ $MN // AD (N \in SD)$

$\Rightarrow MN = (MBC) \cap (SAD)$.

Thiết diện của $S.ABCD$ cắt bởi (MBC) là tứ giác $BCNM$.

Do $MN // BC$ (cùng song song AD) nên $BCNM$ là hình thang.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AB. M là trung điểm CD. Mặt phẳng (α) qua M song song với BC và SA. (α) cắt AB, SB lần lượt tại N và P. Nói gì về thiết diện của mặt phẳng (α) với khối chóp $S.ABCD$?

A. Là một hình bình hành. **B.** Là một hình thang có đáy lớn là MN.

C. Là tam giác MNP. **D.** Là một hình thang có đáy lớn là NP.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua M kẻ đường thẳng $MN \parallel BC\,(N \in BC)$. Khi đó, $MN \subset (\alpha)$.

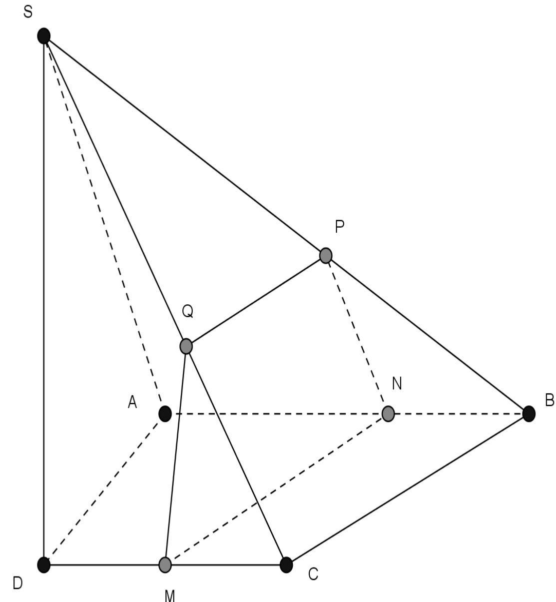
Trong mặt phẳng (SAB), qua N kẻ đường thẳng $NP \parallel SA\,(P \in SB)$. Khi đó, $NP \subset (\alpha)$.

Vậy $(\alpha) \equiv (MNP)$.

Xét hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) có

$$\begin{cases} MN \subset (MNP) \\ BC \subset (SBC) \\ MN \parallel BC \\ P \in (MNP), P \in (SBC) \end{cases} \Rightarrow \text{hai mặt phẳng cắt}$$

nhau theo một giao tuyến đi qua điểm P và song song với BC.



Trong mặt phẳng (SBC) kẻ $PQ \parallel BC\,(Q \in SC)$. Khi đó, PQ là giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SBC). Vậy mặt phẳng (α) cắt khối chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $MNPQ$.

Tứ giác $MNBC$ có $\begin{cases} MN \parallel BC \\ MC \parallel NB \end{cases} \Rightarrow MNBC$ là hình bình hành. Từ đó suy ra $MN = BC$.

Trong tam giác SBC có P thuộc đoạn SB, Q thuộc đoạn SC và $PQ \parallel BC$ nên $PQ < BC$.

Tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ PQ < MN \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ là hình thang có đáy lớn là MN.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm nằm trong tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với các đường thẳng AB và CD. Thiết diện của tứ diện và mp (α) là hình gì ?

A. Hình bình hành. **B.** Hình tứ diện.
C. Hình vuông. **D.** Hình thang.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có:

$(\alpha) \cap (ABC) = PQ$, PQ//AB. P $\in$ AC, Q $\in$ BC

$(\alpha) \cap (ACD) = PS$, PS//CD. $S \in$ AD

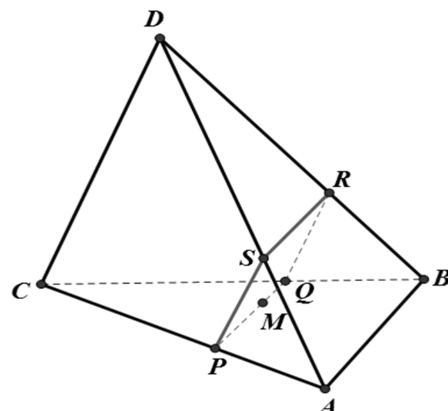
$(\alpha) \cap (BCD) = QR$, QR//CD. $R \in B$D

$(\alpha) \cap (ABD) = RS$, $RS//AB$ (4)

RS//PQ $(//AB)$

PS//RQ $(//\text{CD})$

Từ (1), (2), (3), (4), (5), (6) ta được thiết diện cần tìm là hình bình hành $PQRS$.



HAI MẶT PHẲNG SONG SONG....2

A - LÝ THUYẾT TÓM TẮT....2

B – BÀI TẬP....4

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẲNG SONG SONG....8

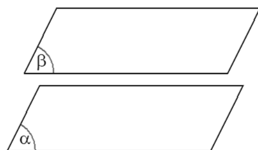
DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA (α) VỚI HÌNH CHÓP KHI BIẾT (α) VỚI MỘT MẶT PHẲNG (β) CHO TRƯỚC. 14

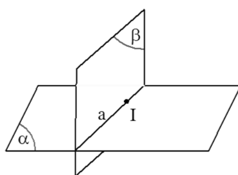
HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

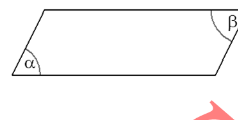
A - LÝ THUYẾT TÓM TẮT

I. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Giữa hai mặt phẳng (α) và (β) có 3 vị trí tương đối.





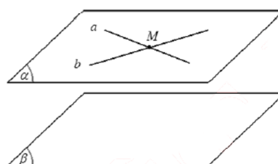


$(\alpha)//(\beta)$ (α) cắt (β) $(\alpha)\equiv(\beta)$

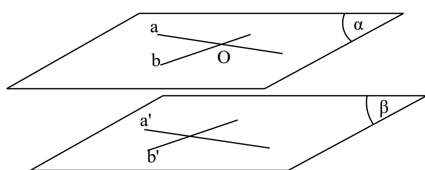
Định nghĩa: Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

II. Các định lý:

1. Định lí 1: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).



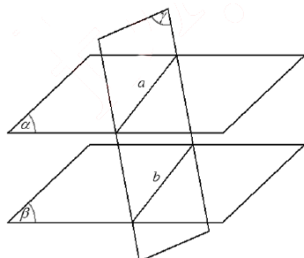
Hệ quả: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b lần lượt song song với hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (β) thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β).



$$\begin{cases} a,b\subset(\alpha) \\ a\cap b=O \\ a//a',b//b' \\ a',b'\subset(\beta) \end{cases}\Rightarrow(\alpha)//(\beta)$$

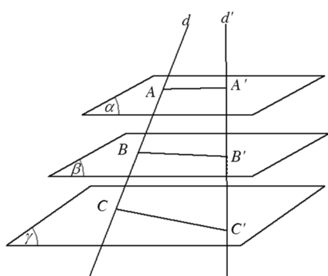
☞ **Lưu ý:** Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

2. Định lí 2 : (*Định lí giao tuyến thứ tư*) Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.



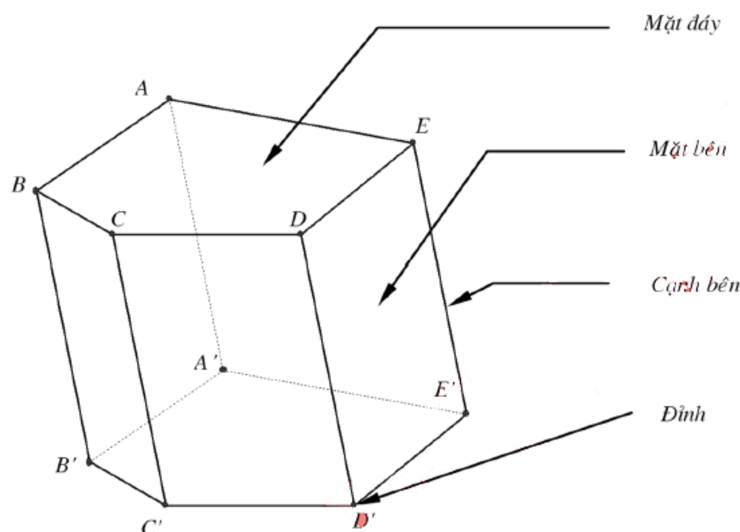
$$\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ (\gamma)\cap(\alpha)=a \\ (\gamma)\cap(\beta)=b \end{cases}\Rightarrow a//b$$

3. Định lí 3 : (Định lí Ta-lét trong không gian) Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



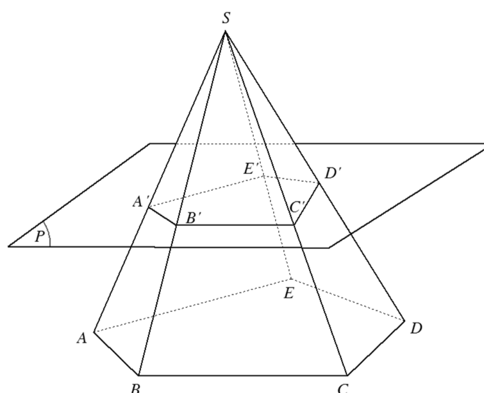
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

❁ Hình lăng trụ và hình hộp:



– Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
– Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
– Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên 2 mặt phẳng song song.
– Tùy theo đáy của lăng trụ là tam giác, tứ giác, ngũ giác … mà ta gọi lăng trụ là ***lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác, lăng trụ ngũ giác…***
– Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là ***hình hộp.***

❁Hình chóp cụt:



– Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
– Các mặt bên là những hình thang.
– Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Một mặt phẳng cắt hai mặt đối diện của hình hộp theo hai giao tuyến là a **và** b. *Hãy Chọn Câu đúng:*

A. a và b song song.
B. a và b chéo nhau.
C. a và b trùng nhau.
D. a và b cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 2: *Chọn Câu đúng :*

A. Hai đường thẳng a và b không cùng nằm trong mặt phẳng (P) nên chúng chéo nhau.
B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không song song và lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

A sai vì còn trường hợp song song.
B sai vì còn trường hợp cắt nhau.
C sai vì còn trường hợp song song.

Câu 3: *Chọn Câu đúng :*

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A. Theo hệ quả 2 sgk trang 66.

Câu 4: *Hãy Chọn Câu **sai** :*

A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
B. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau thì mặt phẳng (R) đã cắt (P) đều phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song nhau.
D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

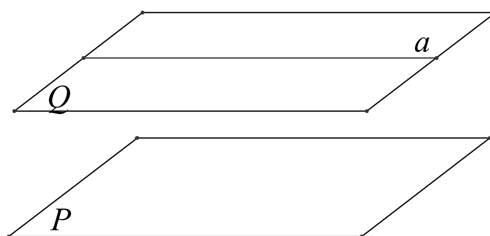
Theo định lý 1 trang 64 sgk: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau

Câu 5: Cho một đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P)?

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với (P).

Câu 6: Hãy Chọn Câu đúng :

A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

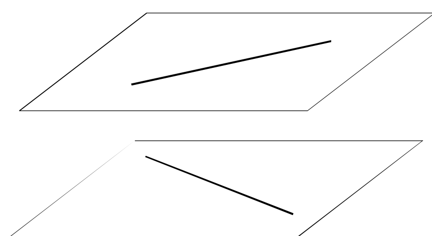
B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

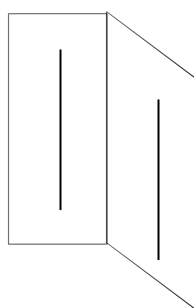
C. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

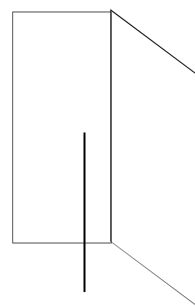
D. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.





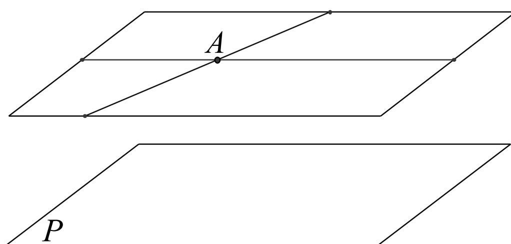


Câu 7: Cho một điểm A nằm ngoài mp(P). Qua A vẽ được bao nhiêu đường thẳng song song với (P)?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Qua A vẽ được vô số đường thẳng song song với (P).

Câu 8: Giả thiết nào sau đây là điều kiện đủ để kết luận đường thẳng a song song với mp(α)?

A. $a // b$ và $b // (\alpha)$. **B.** $a // b$ và $b \subset (\alpha)$.

C. $a //$ mp(β) và $(\beta) // (\alpha)$. **D.** $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Theo định nghĩa SGK Hình học 11.

Câu 9: Cho đường thẳng a nằm trên mp (α) và đường thẳng b nằm trên mp (β). Biết $(\alpha) // (\beta)$.

Tìm câu **sai**:

A. $a//(\beta)$.

B. $b//(\alpha)$.

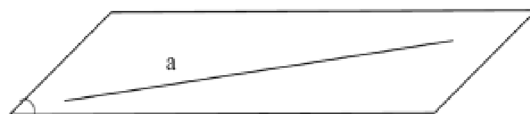
C. $a//b$.

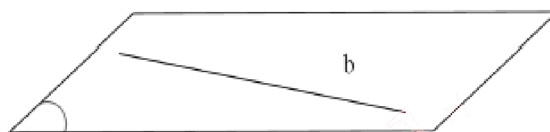
D. Nếu có một mp (γ) chứa a và b thì $a//b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Chọn **C.** vì còn có khả năng a, b chéo nhau như hình vẽ sau.





Câu 10: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β). Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow a//b$.

B. $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow a//(\beta)$.

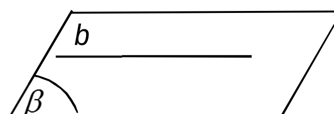
C. $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow b//(\alpha)$.

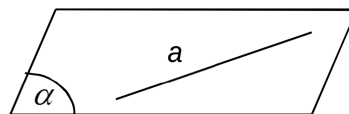
D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Nếu $(\alpha)//(\beta)$ thì ngoài trường hợp $a//b$ thì a và b còn có thể chéo nhau.





Câu 11: Cho đường thẳng $a \subset mp(P)$ và đường thẳng $b \subset mp(Q)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $(P)//(Q) \Rightarrow a//b.$

B. $a//b \Rightarrow (P)//(Q)$.

C. $(P)//(Q) \Rightarrow a//(Q)$ *và* $b//(P)$.

D. a và b cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Nếu $(P)//(Q)$ thì mọi đường thẳng $a \subset mp(P)$ đều song song với $mp(Q)$ và mọi đường thẳng $b \subset mp(Q)$ đều song song với $mp(P)$.

Câu 12: Hai đường thẳng a và b nằm trong (α). Hai đường thẳng a' và b' nằm trong mp(β). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu $a//a'$ và $b//b'$ thì $(\alpha)//(\beta)$.

B. Nếu $(\alpha)//(\beta)$ thì $a//a'$ và $b//b'$.

C. Nếu $a//b$ và $a'//b'$ thì $(\alpha)//(\beta)$.

D. Nếu a cắt b, a cắt b và $a//a'$ và $b//b'$ thì $(\alpha)//(\beta)$.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn D.

Do $a//a'$ nên $a//\left(\beta\right)$ và $b//b'$ nên $b//\left(\beta\right)$.

Theo định lí 1 bài hai mặt phẳng song song, thì $\left(\alpha\right)//\left(\beta\right)$.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

Phương pháp 1
Cơ sở của phương pháp chứng minh hai mặt phẳng (α) và (β) song song nhau là:
- Bước 1: Chứng minh mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a,b cắt nhau lần lượt song song với hai đường thẳng a',b' cắt nhau trong mặt phẳng (β).
- Bước 2: Kết luận $(\alpha)||(\beta)$ theo điều kiện cần và đủ.

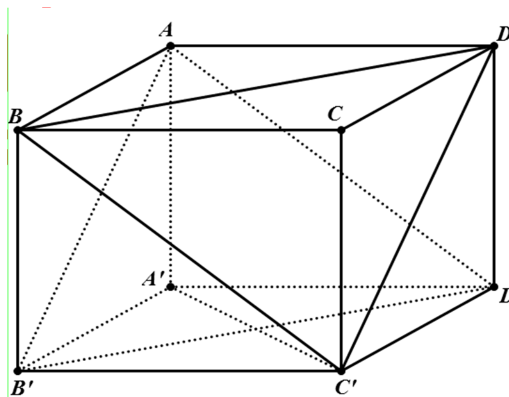
Phương pháp 2
- Bước 1: Tìm hai đường thẳng a,b cắt nhau trong mặt phẳng (α).
- Bước 2: Lần lượt chứng minh $a||(\beta)$ và $b||(\beta)$
- Bước 3: Kết luận $(\alpha)||(\beta)$.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **SAI**?
A. $AB'C'D$ và $A'BCD'$ là hai hình bình hành có chung một đường trung bình.
B. BD' và $B'C'$ chéo nhau.
C. $A'C$ và DD' chéo nhau.
D. DC' và AB' chéo nhau.

Hướng dẫn giải:
Chọn D.
DC' và AB' song song với nhau.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $\left(AB'D'\right)$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?
A. $\left(BCA'\right)$. **B.** $\left(BC'D\right)$. **C.** $\left(A'C'C\right)$. **D.** $\left(BDA'\right)$.

Hướng dẫn giải:
Chọn B.



Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB'//DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD'//BC'$ nên $\left(AB'D'\right)//\left(BC'D\right)$.

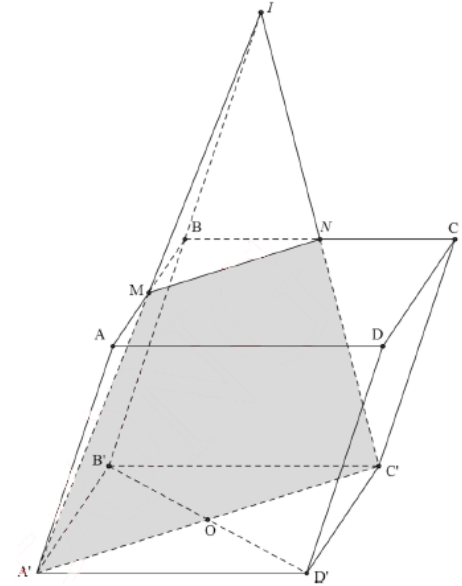
Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $\left(MA'C'\right)$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?
A. Hình tam giác. **B.** Hình ngũ giác. **C.** Hình lục giác. **D.** Hình thang.

Hướng dẫn giải:
Chọn D.

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, AM cắt BB' tại I

Do $MB//A'B'$; $MB=\frac{1}{2}A'B'$ nên B là trung điểm $B'I$ và M là trung điểm của IA'.

Gọi N là giao điểm của BC và $C'I$.
Do $BN//B'C$ và B là trung điểm $B'I$ nên N là trung điểm của $C'I$.
Suy ra: tam giác $IA'C'$ có MN là đường trung bình.
Ta có mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là tứ giác $A'MNC'$ có $MN//A'C'$
Vậy thiết diện là hình thang $A'MNC'$.



Cách khác:

Ta có : $\begin{cases}(ABCD)//(A'B'C'D')\\(A'C'M)\cap(A'B'C'D')=A'C'\\(A'C'M)\cap(ABCD)=Mx\end{cases}\Rightarrow Mx//A'C'$, M là trung điểm của AB nên Mx cắt BC tại trung điểm N. Thiết diện là tứ giác $A'C'NM$.

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Ax,By,Cz,Dt song song, cùng hướng nhau và không nằm trong mp$(ABCD)$. Mp (α) cắt Ax,By,Cz,Dt lần lượt tại A',B',C',D'. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $A'B'C'D'$ là hình bình hành. **B.** mp$(AA'B'B)//(DD'C'C)$.

C. $AA'=CC'$ và $BB'=DD'$. **D.** $OO'//AA'$.

(O là tâm hình bình hành $ABCD$, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$).

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn C.

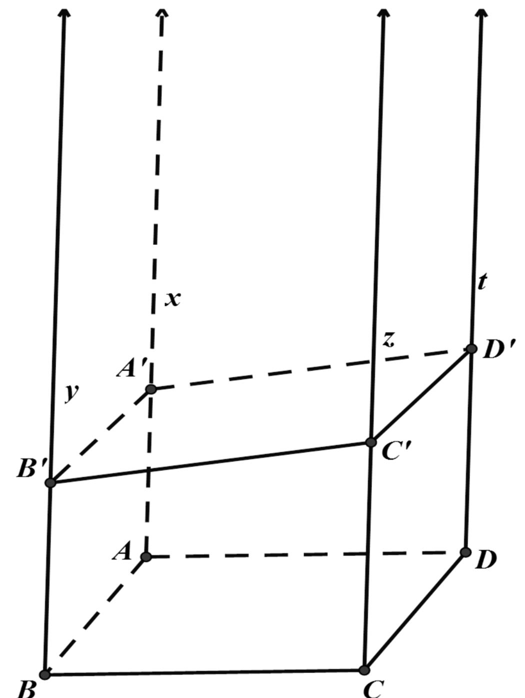
$$\left.\begin{array}{l}AB\ //\ DC\\AA'\ //DD'\\AB,AA'\subset(ABB'A')\\DC,DD'\subset(DD'C'C)\end{array}\right\}\Rightarrow(ABB'A')\ //\ (DD'C'C).$$

Câu B đúng.
Mặt khác

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)\cap(ABB'A')=A'B'\\(\alpha)\cap(DCC'D')=C'D'\\(ABB'A')//(DCC'D')\end{array}\right\}\Rightarrow A'B'\ //\ C'D'$$

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)\cap(ADD'A')=A'D'\\(\alpha)\cap(BCC'B')=C'B'\\(ABB'A')//(DCC'D')\end{array}\right\}\Rightarrow A'D'\ //\ C'B'$$

Do đó câu A đúng.



O, O' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ nên OO' là đường trung bình trong hình thang $AA'C'C$. Do đó $OO' // AA'$. Câu D đúng.

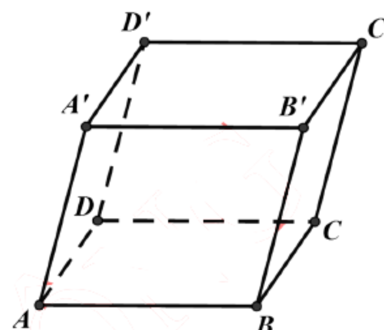
Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Người ta định nghĩa 'Mặt chéo của hình hộp là mặt tạo bởi hai đường chéo của hình hộp đó'. Hỏi hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có mấy mặt chéo ?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:.

Chọn B.

Các mặt chéo của hình hộp là $(ADC'B');(A'D'CB);(ABC'D')$ $(DCB'A');(ACC'A');(BDD'B')$



Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mp(α) qua AB cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thoi.
C. Hình vuông. **D.** Hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:.

Chọn A.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$.Khẳng định nào sau đây sai ?

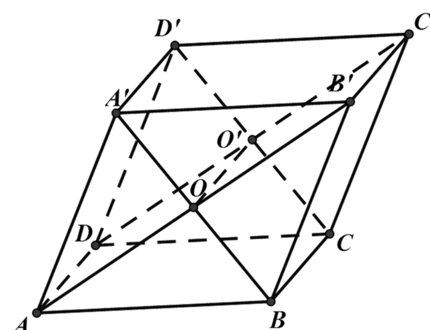
A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$.
B. $OO' // (ADD'A')$.
C. OO' và BB' cùng ở trong một mặt phẳng.
D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn C.

$ADC'B'$ là hình bình hành có OO' là đường trung bình nên $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$. Đáp án A, D đúng.

$OO' // AD$ nên $OO' // (ADD'A')$. Đáp án B đúng.

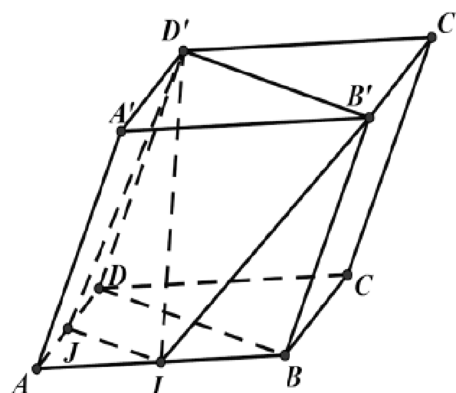


Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mp$(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:.

Chọn B.



$(IB'D')\cap(AA'B'B)=IB'$.

$(IB'D')\cap(A'B'C'D')=B'D'$.

$\left.\begin{array}{l} I\in(IB'D')\cap(ABCD) \\ B'D'//BD \\ B'D'\subset(A'B'C'D') \\ BD\subset(ABCD) \end{array}\right\}\Rightarrow(IB'D')\cap(ABCD)=d$ với d là đường thẳng qua I và song song với BD.

Gọi J là trung điểm của AD.

Khi đó $(IB'D')\cap(ABCD)=IJ$.

$(IB'D')\cap(ADD'A')=JD'$.

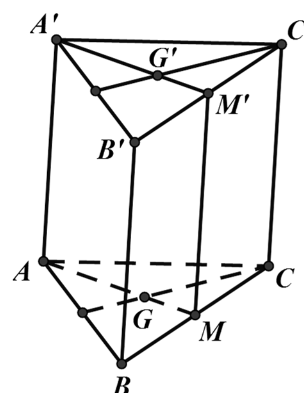
Thiết diện cần tìm là hình thang $IJD'B'$ với $IJ//D'B'$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M,M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. G,G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. A,G,G',C'. **B.** A,G,M',B'. **C.** A',G',M,C. **D.** A,G',M',G.

Hướng dẫn giải:.

Chọn D.



MM' là đường trung bình trong hình bình hành $BB'C'C$ nên $MM'=BB'=AA';MM'//BB'//AA'$

Do đó $AA'M'M$ là hình bình hành hay 4 điểm A,G',M',G đồng phẳng.

Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BB' và CC', $\Delta=mp(AMN)\cap mp(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\Delta//AB$. **B.** $\Delta//AC$. **C.** $\Delta//BC$. **D.** $\Delta//AA'$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn C.

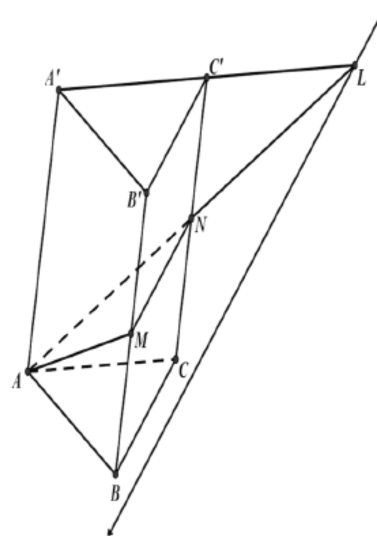
MN là đường trung bình trong hình bình hành $BCC'B'$ nên $MN//B'C'$

$\Delta = mp\left(AMN\right)\cap mp\left(A'B'C'\right)$

$MN\subset\left(AMN\right)$

$B'C'\subset\left(A'B'C'\right)$

Do đó $\Delta//BC$.



Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Khẳng định nào sai ?

A. $\left(AA'B'B\right)//\left(DD'C'C\right)$.
B. $\left(BA'D'\right)$ và $\left(ADC'\right)$ cắt nhau.
C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
D. $BB'DC$ là một tứ giác đều.

***Hướng dẫn giải:*.**

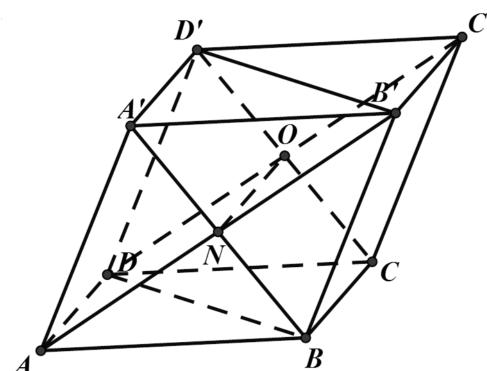
Chọn D.

Câu A, C đúng do tính chất của hình hộp.

$\left(BA'D'\right)\equiv\left(BA'D'C\right);\left(ADC'\right)\equiv\left(ADC'B'\right)$

$\left(BA'D'\right)\cap\left(ADC'\right)=ON$. Câu B đúng.

Do $B'\notin\left(BDC\right)$ nên $BB'DC$ không phải là tứ giác.



Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây ?

A. $\left(AHC'\right)$.
B. $\left(AA'H\right)$.
C. $\left(HAB\right)$.
D. $\left(HA'C'\right)$.

***Hướng dẫn giải:*.**

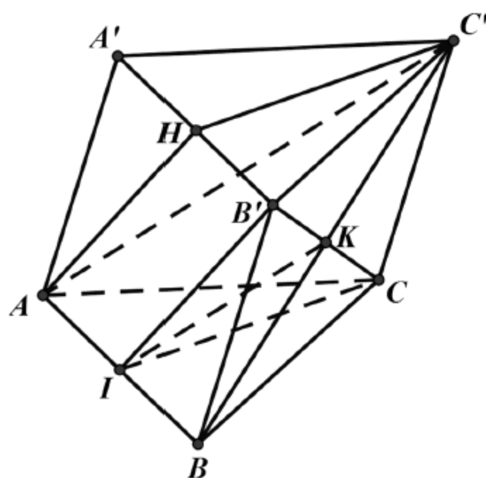
Chọn A.

Gọi K là giao điểm của $B'C$ và BC', I là trung điểm của AB.

Do $HB' = AI; HB'//AI$ nên $AHB'I$ là hình bình hành hay $AH//B'I$.

Mặt khác $KI//AC'$ nên $(AHC')//(B'CI)$.

Khi đó : $B'C//(AHC')$



Câu 13: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mp(α) đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác (T). Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. (T) là hình chữ nhật. **B.** (T) là hình bình hành.

C. (T) là hình thoi. **D.** (T) là hình vuông.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn B.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA (α) VỚI HÌNH CHÓP KHI BIẾT (α) VỚI MỘT MẶT PHẲNG (β) CHO TRƯỚC.

Phương pháp:

- Để xác định thiết diện trong trường hợp này ta sử dụng các tính chất sau.
- Khi $(\alpha)\parallel(\beta)$ thì (α) sẽ song song với tất cả các đường thẳng trong (β) và ta chuyển về dạng thiết diện song song với đường thẳng (§3)

Sử dụng $\begin{cases}(\alpha)\parallel(\beta)\\(\beta)\parallel(\gamma)\\(\beta)\cap(\gamma)=d\\M\in(\alpha)\cap(\gamma)\end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(\gamma)=d'\parallel d, M\in d'$.

- Tìm đường thẳng d mằn trong (β) và xét các mặt phẳng có trong hình chóp mà chứa d, khi đó $(\alpha)\parallel d$ nên sẽ cắt các mặt phẳng chứa d (nếu có) theo các giao tuyến song song với d.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD).Thiết diện là hình gì?

A. Tam giác **B.** Hình thang **C.** Hình bình hành **D.** Tứ giác

Hướng dẫn giải::

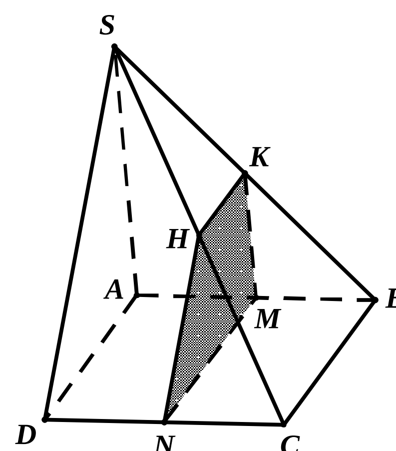
Ta có $\begin{cases}M\in(SAB)\cap(\alpha)\\(SAB)\cap(SAD)=SA\end{cases} \Rightarrow (SAB)\cap(\alpha)=MK\parallel SA, K\in SB$.

Tương tự $\begin{cases}N\in(SCD)\cap(\alpha)\\(\alpha)\parallel(SAD)\\(SCD)\cap(SAD)=SD\end{cases}$

$\Rightarrow (SCD)\cap(\alpha)=NH\parallel SD, H\in SC$.

Dễ thấy $HK=(\alpha)\cap(SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNHK$

Ba mặt phẳng $(ABCD),(SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN, HK, BC, mà $MN\parallel BC \Rightarrow MN\parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang.



Câu 2: Cho hìh chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC=a, BD=b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI=x$ $(0<x<a)$.

a) thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gi?

A. Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

b) Tính diện tích thiết diện theo a, b và x.

Hướng dẫn giải::

a) ***Trường hợp 1.*** Xét I thuộc đoạn OA

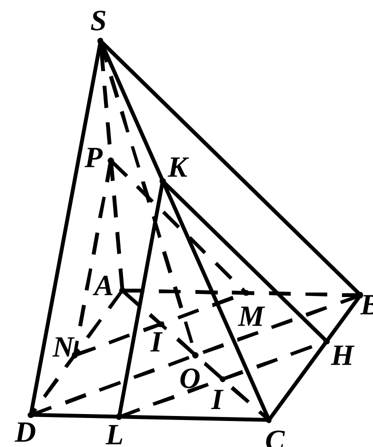
Ta có $\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel (SBD) \\ (ABD) \cap (SBD) = BD \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = MN \parallel BD, I \in MN$.

Tương tự $\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SAD) \cap (SBD) = SD \end{cases}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = NP \parallel SD, P \in SN$.

Thiết diện là tam giác MNP.



Do $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \Rightarrow MP \parallel SB \\ (SAB) \cap (\alpha) = MP \end{cases}$. Hai tam giác MNP và BDS có các cặp cạnh tương ứng song song nên chúng đồng dạng, mà BDS đều nên tam giác MNP đều.

Trường hợp 2. Điểm I thuộc đoạn OC, tương tự trường hợp 1 ta được thiết diện là tam giác đều HKL như (hv).

b) ***Trường hợp 1.*** I thuộc đoạn OA

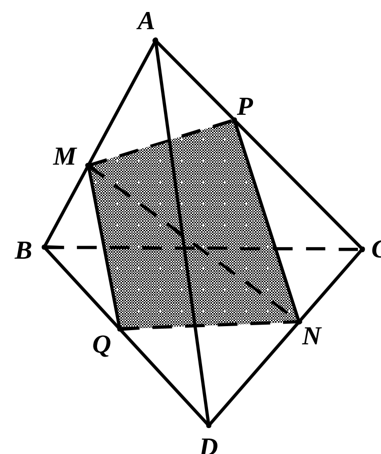
Ta có $S_{BCD} = \dfrac{BD^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4}$, $\dfrac{S_{MNP}}{S_{BCD}} = \left(\dfrac{MN}{BD}\right)^2$

Do $MN \parallel BD \Rightarrow \dfrac{MN}{BD} = \dfrac{AI}{AO} = \dfrac{2x}{a} \Rightarrow S_{MNP} = \left(\dfrac{2x}{a}\right)^2 S_{BCD} = \dfrac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}$.

Trường hợp 2. I thuộc đoạn OC, tính tương tự ta có

$S_{MNP} = \left(\dfrac{HL}{BD}\right)^2 S_{BCD} = [\dfrac{2(a-x)}{a}]^2 \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$.

Vậy $S_{td} = \begin{cases} \dfrac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}; I \in (OA) \\ \dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}; I \in (OC) \end{cases}$.



Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ và M, N là các điểm thay trên các cạnh AB, CD sao cho $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{CN}{ND}$.

a) Chứng minh MN luôn luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Cho $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{CN}{ND} > 0$ và P là một điểm trên cạnh AC. thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

c) Tính theo k tỉ số diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện.

A. $\frac{k}{k+1}$ **B.** $\frac{2k}{k+1}$ **C.** $\frac{1}{k}$ **D.** $\frac{1}{k+1}$

Hướng dẫn giải::

a) Do $\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales thì các đường thẳng MN, AC, BD cùng song song với một mặt phẳng (β).Gọi (α) là mặt phẳng đi qua AC và song song với BD thì (α) cố định và $(\alpha)\parallel(\beta)$ suy ra MN luôn song song với (α) cố định.

b) Xét trường hợp $\frac{AP}{PC}=k$, lúc này $MP\parallel BC$ nên $BC\parallel(MNP)$.

Ta có :

$$\begin{cases} N\in(MNP)\cap(BCD) \\ BC\parallel(MNP) \\ BC\subset(BCD) \end{cases} \Rightarrow (BCD)\cap(MNP)=NQ\parallel BC, Q\in BD.$$

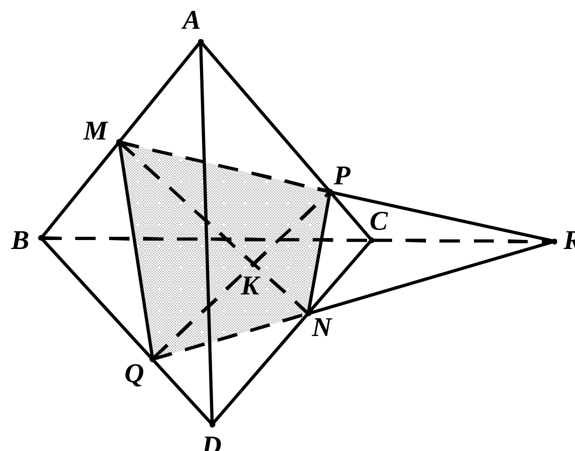
Thiết diện là tứ giác $MPNQ$ .Xét trường hợp $\frac{AP}{PC}\neq k$

Trong (ABC) gọi $R=BC\cap MP$

Trong (BCD) gọi $Q=NR\cap BD$ thì thiết diện là tứ giác $MPNQ$.

Gọi $K=MN\cap PQ$

Ta có $\frac{S_{MNP}}{S_{MPNQ}}=\frac{PK}{PQ}$.



Do $\frac{AM}{NB}=\frac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales đảo thì AC, NM, BD lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và đường thẳng PQ cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại P, K, Q nên áp dụng định lí Thales ta được $\frac{PK}{KQ}=\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}=k\Rightarrow\frac{PK}{PQ}=\frac{PK}{PK+KQ}=\frac{\frac{PK}{KQ}}{\frac{PK}{KQ}+1}=\frac{k}{k+1}$.

PHÉP CHIẾU SONG SONG HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH TRONG KHÔNG GIAN

A - LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Phép chiếu song song.

Cho mặt phẳng (α) và một đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và song song với Δ cắt (α) tại điểm M' xác định.

Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ.

Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương của Δ gọi là phương chiếu.

Phép đặt tương ứng mỗi điểm M với hình chiếu M' của nó trên (α) được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ.

Ta kí hiệu $Ch_{\Delta}(\alpha)(M) = M'$.

2. Tính chất của phép chiếu song song.

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng tành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành đường thẳng song song hặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng.

- Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác tùy ý cho trước (tam giác cân, đều, vuông…).
- Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tùy ý cho trước (Hình vuông,hình thoi, hình chữ nhật, hình bình hành…)
- Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài của hai cạnh đáy được bảo toàn.
- Hình elip là hình biểu diễn của hình tròn.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn ?

A. Chéo nhau.   **B.** đồng qui.   **C.** Song song.   **D.** thẳng hàng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Qua phép chiếu song song, tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 2: Cho tam giác ABC ở trong mp(α) và phương l. Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mp(P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $(\alpha)//(P)$ **B.** $(\alpha)\equiv(P)$

C. $(\alpha)//l$ hoặc $(\alpha)\supset l$ **D.** $A;B;C$ đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Khi phương chiếu l thỏa mãn $(\alpha)//l$ hoặc $(\alpha)\supset l$ thì các đoạn thẳng AB, BC, CA có hình chiếu lên (P) nằm trên giao tuyến của (α) và (P).

Câu 3: Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b, mặt phẳng chiếu là (P), hai đường thẳng a và b biến thành a' và b'. Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn đối với phép chiếu song song ?

A. Cắt nhau **B.** Chéo nhau **C.** Song song **D.** Trùng nhau

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Phép chiếu song song lên mặt phẳng không bảo toàn mối quan hệ giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

Câu 4: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang **B.** Hình bình hành **C.** Hình chữ nhật **D.** Hình thoi

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án **A.**

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

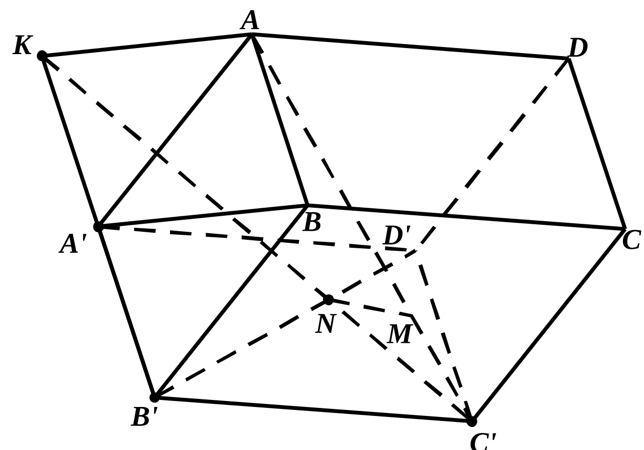
Hướng dẫn giải:

Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA'. Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK//BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M. Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales, ta có $\dfrac{MA}{MC'} = \dfrac{NK}{NC'} = \dfrac{KB'}{C'D'} = 2$.



Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC'.

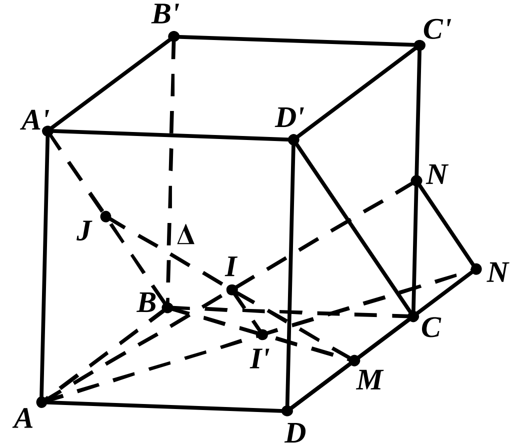
a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{IM}{IJ}$.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Hướng dẫn giải:

a) Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA'. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA'.
Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$. Khi đó ba điểm J, I, M lần lượt có hình chiếu là B, I', M. Do J, I, M thẳng hàng nên B, I', M cũng thẳng hàng. Gọi N' là hình chiếu của N thì An' là hình chiếu của AN. Vì
$I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'$.
Từ phân tích trên suy ra cách dựng:



- Lấy $I' = AN' \cap BM$.
- Trong (ANN') dựng $II' \parallel NN'$(đã có $NN' \parallel CD'$) cắt AN tại I.
- Vẽ đường thẳng MI, đó chính là đường thẳng cần dựng.

a) Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM. Mặt khác $II' \parallel JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ, suy ra $IM = IJ \Rightarrow \frac{IM}{IJ} = 1$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Câu 1. Theo mô tả trong sách giáo khoa,

A. Mặt bàn là mặt phẳng trong hình học không gian.
B. Mặt bàn là một phần mặt phẳng trong hình học không gian.
C. Mặt bàn là một hình ảnh của mặt phẳng trong hình học không gian.
D. Mặt bàn là hình ảnh của một phần mặt phẳng trong hình học không gian.

Câu 2. Trong hình học không gian,

A. Điểm luôn luôn phải thuộc mặt phẳng.
B. Điểm luôn luôn không thuộc mặt phẳng.
C. Điểm vừa thuộc mặt phẳng đồng thời vừa không thuộc mặt phẳng.
D. Điểm có thể thuộc mặt phẳng, có thể không thuộc mặt phẳng.

Câu 3. Trong hình học không gian,

A. Hình biểu diễn của một hình tròn thì phải là một hình tròn.
B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật thì phải là một hình chữ nhật.
C. Hình biểu diễn của một tam giác thì phải là một tam giác.
D. Hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 4. Trong hình học không gian,

A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.
B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.
C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một mặt phẳng.
D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Câu 5. Trong không gian cho 4 điểm phân biệt, không đồng phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua 3 trong số 4 điểm trên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. Ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì:

A. Cùng thuộc đường tròn. **B.** Cùng thuộc đường elip.
C. Cùng thuộc đường thẳng. **D.** Cùng thuộc mặt cầu.

Câu 7. Cho biết mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. Qua ba điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên SA, SB, SC sao cho MN, NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D, E, F. Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D, E, F

A. D, E, F thẳng hàng. **B.** D, E, F tạo thành tam giác.
C. D, E, F cùng thuộc một mặt phẳng. **D.** D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 9. Cho $ABCD$ và $AMCN$ là hai hình bình hành có chung đường chéo AC. Khi đó có thể kết luận gì về bốn điểm B,M,D,N?

A. B, M, D, N tạo thành tứ diện.

B. B, M, D, N tạo thành tứ giác.

C. B, M, D, N thẳng hàng.

D. Chỉ có ba trong số bốn điểm B, M, D, N thẳng hàng.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi, hai cạnh bên AB và CD kéo dài cắt nhau tại E. Các điểm M, N di động tương ứng trên các cạnh SB và SC sao cho AM cắt DN tại I. Khi đó có thể kết luận gì về điểm I?

A. I chạy trên một đường thẳng. **B.** I chạy trên tia SE.

C. I chạy trên đoạn thẳng SE. **D.** I chạy trên đường thẳng SE.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(AB'D')$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $A'C'$. **B.** $B'D'$. **C.** AO'. **D.** $A'O$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(A'D'CB)$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $A'D'$. **B.** $A'B$. **C.** $A'C$. **D.** $D'B$.

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó $A'C$ cắt mặt phẳng $(AB'D')$ tại điểm G được xác định như thế nào?

A. G là giao của $A'C$ với OO'. **B.** G là giao của $A'C$ với AO'.

C. G là giao của $A'C$ với AB'. **D.** G là giao của $A'C$ với AD'.

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(DD'C'C)$ cắt nhau theo đường thẳng d được xác định như thế nào?

A. Đường thẳng d đi qua điểm D' và là giao điểm của AO' với CC'.

B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AD'.

C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AO'.

D. Đường thẳng d đi qua điểm D'.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó $A'C$ cắt mặt phẳng $(BDD'B')$ tại điểm T được xác định như thế nào?

A. Giao của $A'C$ với OO'. **B.** Giao của $A'C$ với AO'.

C. Giao của $A'C$ với AB'. **D.** Giao của $A'C$ với AD'.

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Gọi S là giao của AO' với CC' thì S **không thuộc** mặt phẳng nào dưới đây ?

A. $(DD'C'C)$. **B.** $(BB'C'C)$. **C.** $(AB'D')$. **D.** $(CB'D')$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Gọi S là giao của AO' với CC' thì SO' **không thuộc** mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'C'C)$. **B.** $(AB'D')$. **C.** $(AD'C'B)$. **D.** $(A'OC')$.

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Gọi S là giao của AO' với CC' thì SA cắt đường thẳng nào dưới đây?

A. CC'. **B.** BB'. **C.** DD'. **D.** $D'C'$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và SC. Khi đó mặt phẳng (MNP) không có điểm chung với cạnh nào sau đây?

A. SB. **B.** SC. **C.** SD. **D.** SA.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và SC. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) là đường thẳng d có đặc điểm gì?

A. Đường thẳng d đi qua điểm P.

B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng PM.

C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng PN.

D. Đường thẳng d đi qua điểm P và giao điểm của BC với MN.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và SC. Khi đó mặt phẳng (MNP) có điểm chung với đoạn thẳng nào dưới đây?

A. BC. **B.** BD. **C.** CD. **D.** CA.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và SC. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình tứ giác. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình lục giác.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và DD'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình tứ giác. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình lục giác.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và $C'D'$. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình tứ giác. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình lục giác.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và OO'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình tứ giác. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình lục giác.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và BB'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình tứ giác. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình lục giác.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). Gọi (P) là mặt phẳng bất kì cắt hình lập phương đó. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (P) cắt hình lập phương là một đa giác có số cạnh tối đa là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ (đáy là một tứ giác lồi). Gọi (P) là mặt phẳng bất kì cắt hình chóp đó. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (P) cắt hình chóp là một đa giác có số cạnh tối đa là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G và G' tương ứng là trọng tâm các tam giác BCD và BCA. Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng AG và DG'?

A. Cắt nhau tại một điểm. **B.** Cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Cùng thuộc một mặt phẳng và không cắt nhau. **D.** Không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó)), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng AC' và $A'C$?

A. Cắt nhau. **B.** Song song. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó)), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng AO' và $A'O$?

A. Cắt nhau. **B.** Song song. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó)), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng AB' và BC'?

A. Cắt nhau. **B.** Song song. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó)), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(AA'C'C)$. Khi đó ta có thể kết luận được gì về đường thẳng d và đường thẳng AO'?

A. Cắt nhau. **B.** Song song. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 34. Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể:

A. Song song với nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 35. Trong không gian, hai đường thẳng không chéo nhau thì chỉ có thể:

A. Song song với nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Trùng nhau. **D.** Đồng phẳng.

Câu 36. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AS, AB, CS, CB, SB và CA. Khi đó ta có thể kết luận gì về ba đường thẳng MQ, NP, RS?

A. Đôi một song song với nhau. **B.** Đôi một cắt nhau.

C. Đồng quy. **D.** Đồng phẳng.

Câu 37. Trong không gian, nếu ba mặt phẳng phân biệt cùng đi qua một điểm thì ba giao tuyến của các mặt phẳng ấy:

A. Hoặc song song hoặc đồng quy. **B.** Phải song song với nhau.

C. Đồng quy. **D.** Đồng phẳng.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $(AB//CD)$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) có đặc điểm gì?

A. Đi qua điểm S. **B.** Đi qua điểm S và song song với AB.

C. Đi qua điểm S và song song với AD.
D. Đi qua điểm S và song song với AC.

Câu 39. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CS, SA. Biết rằng M, N, P, Q đồng phẳng. Khi đó:

A. MQ, SB, NP đôi một song song.
B. MQ, SB, NP đồng quy.
C. MQ, SB, NP hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.
D. MQ, SB, NP đồng phẳng.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $(AB//CD)$. Điểm M bất kì trên cạnh SC (không trùng với C hay S), mặt phẳng (ABM) cắt cạnh SD tại N. Khi đó ta có thể kết luận được gì về tứ giác $ABMN$?

A. $ABMN$ là hình thang.
B. $ABMN$ là hình bình hành.
C. $ABMN$ là tứ giác lồi và các cặp cạnh đối đều cắt nhau.
D. $ABMN$ là hình thoi.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$, điểm M bất kì trên cạnh AC (không trùng với C hay A), mặt phẳng (P) đi qua M và song song với AB và CD. Thiết diện do mặt phẳng (P) cắt tứ diện là hình gì?

A. Hình thang.
B. Hình bình hành.
C. Tứ giác lồi và các cặp cạnh đối đều cắt nhau.
D. Hình thoi.

Câu 42. Nếu đường thẳng d song song với một đường thẳng d' bất kì trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d phải:

A. Song song với mặt phẳng (P).
B. Nằm trong mặt phẳng (P).
C. Có một điểm chung duy nhất với mặt phẳng (P).
D. Không cắt mặt phẳng (P).

Câu 43. Nếu đường thẳng d song song với một đường thẳng d' bất kì trong mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) chứa d đồng thời cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến a thì:

A. Đường thẳng a phải song song với đường thẳng d'.
B. Đường thẳng a phải trùng với đường thẳng d'.
C. Đường thẳng a phải đồng phẳng và không cắt đường thẳng d'.
D. Đường thẳng a hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng d.

Câu 44. Cho hai đường thẳng d và d' song song với nhau. Các mặt phẳng (P) và (Q) tương ứng đi qua d và d' đồng thời cắt nhau theo giao tuyến a thì:

A. Đường thẳng a song song với đường thẳng d.
B. Đường thẳng a song song với cả hai đường thẳng d và d'.
C. Đường thẳng a trùng với đường thẳng d.
D. Đường thẳng a hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng d.

Câu 45. Cho hai đường thẳng d và d' chéo nhau. Điểm M không thuộc hai đường thẳng đã cho. Khi đó,

A. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng đã cho.
B. Có duy nhất một cặp mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng đã cho.
C. Có vô số mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng đã cho.

D. Không tồn tại mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng đã cho.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N là hai điểm phân biệt trên cạnh AB. Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng CM và DN?

A. Song song. **B.** Cắt nhau. **C.** Chéo nhau. **D.** Trùng nhau.

Câu 47. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P). Khi đó đường thẳng d có đặc điểm gì?

A. d song song với (Q). **B.** d cắt (Q).

C. d nằm trong (Q). **D.** d có thể cắt (Q) hoặc nằm trong (Q).

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó)), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó $\left(AB'D'\right)$ sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'OC')$. **B.** $\left(BDC'\right)$. **C.** (BDA'). **D.** (BCD).

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm CB, I là giao điểm của AE và BD. Khi đó IG sẽ song song với đường thẳng nào dưới đây?

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** SD.

Câu 50. Cho biết câu trả lời nào của bài toán sau đây là **sai** ?

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm CB, I là giao điểm của AE và BD. Khi đó IG sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $\left(SAC\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$. **C.** $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SAD\right)$.

Câu 51. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Các điểm M, N, P theo thứ tự thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM = C'N = DP = b$ $(0 < b < a)$. Khi đó mặt phẳng (MNP) sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'OC')$ **B.** (BDC') **C.** (BDA') **D.** (BCD)

Câu 52. Trong không gian,

A. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Nếu mặt phẳng (P) và đường thẳng a có giao khác rỗng thì (P) và đường thẳng b cũng có giao khác rỗng.

B. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì (P) phải cắt đường thẳng b.

C. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a phải song song với mặt phẳng (Q).

D. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (P) có giao khác rỗng thì a và mặt phẳng (Q) cũng có giao khác rỗng.

Câu 53. Cho mệnh đề *"Qua một điểm A nằm ngoài mặt phẳng (P) cho trước,.. mặt phẳng đi qua A và song song với (P) ".*

Cụm từ nào trong số các cụm từ được cho dưới đây có thể điền vào chỗ trống (..) để được mệnh đề **đúng**?

A. Có vô số. **B.** Có đúng hai. **C.** Có một và chỉ một. **D.** Không có.

Câu 54. Cho mệnh đề *"Qua đường thẳng a song song với mặt phẳng (P),.. mặt phẳng đi qua a và song song với (P)"*.

Cụm từ nào trong số các cụm từ được cho dưới đây có thể điền vào chỗ trống (..) để được mệnh đề **đúng**?

A. Có vô số. **B.** Có đúng hai. **C.** Có duy nhất một. **D.** Không có.

Câu 55. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Các điểm M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, BC, OB'. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương sẽ là đa giác có số cạnh là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 56. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Các điểm M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, BC, OD'. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương sẽ là đa giác có số cạnh là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 57. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Các điểm M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, BC, OB'. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'D'CB)$. **B.** $(A'C'CA)$. **C.** $(B'AC)$. **D.** $(DC'A')$.

Câu 58. Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Khi đó hình chiếu của một đoạn thẳng sẽ là:

A. Một điểm. **B.** Một đoạn thẳng.
C. Một đoạn thẳng bằng với đoạn thẳng đã cho. **D.** Một đường thẳng.

Câu 59. Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Một tam giác đều mà mặt phẳng chứa tam giác không song song với phương chiếu, có hình chiếu là:

A. Một điểm. **B.** Một đoạn thẳng. **C.** Một tam giác. **D.** Một tam giác đều.

Câu 60. Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Một tam giác vuông mà mặt phẳng chứa tam giác không song song với phương chiếu, có hình chiếu là:

A. Một điểm. **B.** Một đoạn thẳng.
C. Một tam giác. **D.** Một tam giác vuông.

Câu 61. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. Hình biểu diễn của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng.
B. Hình biểu diễn của một tam giác là một tam giác.
C. Hình biểu diễn của một hình thang là một hình thang.
D. Hình biểu diễn của một đường tròn là một đường tròn.

Câu 62. Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng đó?

A. Song song với nhau.
B. Chéo nhau.
C. Cùng thuộc một mặt phẳng.
D. Hoặc song song hoặc chéo nhau.

Câu 63. Nếu đường thẳng a không có điểm chung với mặt phẳng (P) thì

A. a không cắt (P).
B. a không song song với (P).
C. a song song với (P).
D. a nằm trọn trong (P).

Câu 64. Đường thẳng a sẽ song song với mặt phẳng (P) nếu:

A. a không cắt mặt phẳng (P).
B. a không nằm trong mặt phẳng (P).
C. a không có điểm chung với mặt phẳng (P).
D. a chéo nhau với mọi đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (P).

Câu 65. Cho trước hai đường thẳng a và b chéo nhau. Khi đó,

A. Không thể có một mặt phẳng nào chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.
B. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.
C. Có đúng hai cặp mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.
D. Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Câu 66. Qua một phép chiếu song song, một đường thẳng sẽ song song với hình chiếu của nó nếu thỏa mãn điều kiện gì ?

A. Đường thẳng đó song song với phương chiếu.
B. Đường thẳng đó không song song với phương chiếu.
C. Đường thẳng đó không song song với phương chiếu và cũng không song song với mặt phẳng chiếu.
D. Đường thẳng đó không song song với phương chiếu nhưng song song với mặt phẳng chiếu.

Câu 67. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là:

A. Hai đường thẳng chéo nhau.
B. Hai đường thẳng cắt nhau.
C. Hai đường thẳng song song với nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt.

Câu 68. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

A. Hai đường thẳng cắt nhau.
B. Hai đường thẳng song song với nhau.
C. Hai đường thẳng trùng nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt.

Câu 69. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AC,\ BD$ là đường chéo của hình vuông $ABCD$ còn $A'C',\ B'D'$ là đường chéo của hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M thuộc đoạn $O'C'$ (M không trùng với O' hoặc C'). Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện có số cạnh là bao nhiêu ?

A. 3.
B. 4.
C. 5.
D. 6.

Câu 70. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ ($AB,\ AD$ và AA' có độ dài đôi một khác nhau), giao điểm của $A'C$ với mặt phẳng $\left(AB'D'\right)$ là:

A. Trọng tâm tam giác $AB'D'$.
B. Trực tâm tam giác $AB'D'$.
C. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $AB'D'$.
D. Tâm đường tròn nội tiếp tam giác $AB'D'$.

Câu 71. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ ($AB,\ AD,$ và AA' có độ dài đôi một khác nhau). Gọi T và T' tương ứng là giao điểm của $A'C$ với các mặt phẳng $(AB'D')$ và (BDC'). Ta có thể kết luận được gì về độ dài của đoạn thẳng $A'T$ và TT' ?

A. $A'T < TT'$. **B.** $A'T > TT'$.
C. $A'T = TT' < T'C$. **D.** $A'T = TT' = T'C$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi (AC và BD là hai đường chéo) và $AB \cap CD = E$, $AD \cap BC = F$. Mặt phẳng (P) bất kì, song song với SE và cắt các cạnh $SA,\ SB,\ SC,\ SD$ tương ứng tại A', B', C', D'. Khi đó, $A'B'C'D'$ chỉ có thể là hình nào dưới đây ?

A. Tứ giác lồi (không có cặp cạnh đối nào song song với nhau).
B. Hình thang (chỉ có một cặp cạnh đối song song với nhau).
C. Hình bình hành.
D. Hình thoi.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi (AC và BD là hai đường chéo) và $AB \cap CD = E$, $AD \cap BC = F$. Biết rằng SE không vuông góc với SF. Mặt phẳng (P) bất kì, song song với SE và SF, cắt các cạnh $SA,\ SB,\ SC,\ SD$ tương ứng tại A', B', C', D'. Khi đó, $A'B'C'D'$ chỉ có thể là hình nào dưới đây ?

A. Tứ giác lồi (không có cặp cạnh đối nào song song với nhau).
B. Hình thang (chỉ có một cặp cạnh đối song song với nhau).
C. Hình bình hành.
D. Hình chữ nhật.

Câu 74. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Mặt phẳng (P) đi qua M đồng thời song song với BC' và CA'. Thiết diện do mặt phẳng (P) cắt lăng trụ là đa giác có số cạnh bằng bao nhiêu ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 75. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó) và không đồng phẳng. Gọi I và J tương ứng là trọng tâm các tam giác ABF và ABD. Khi đó, IJ **không song song** với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. $\left(EBC\right)$. **B.** (BDF). **C.** $(DCEF)$. **D.** (EAD).

Câu 76. Trong không gian, tam giác ABC có hình chiếu là tam giác $A'B'C'$ qua phép chiếu song song. Khi đó ta có thể kết luận được gì ?

A. Nếu AH là đường cao của tam giác ABC có hình chiếu là $A'H'$ thì $A'H'$ cũng là đường cao của tam giác $A'B'C'$.
B. Nếu AM là đường trung tuyến của tam giác ABC có hình chiếu là $A'M'$ thì $A'M'$ cũng là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.

C. Nếu MT là đường trung trực của tam giác ABC có hình chiếu là $M'T'$ thì $M'T'$ cũng là đường trung trực của tam giác $A'B'C'$.

D. Nếu AD là đường phân giác góc trong của tam giác ABC có hình chiếu là $A'D'$ thì $A'D'$ cũng là đường phân giác góc trong của tam giác $A'B'C'$.

Câu 77. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với AC, BD là đường chéo của hình vuông $ABCD$ còn $A'C'$, $B'D'$ là đường chéo của hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M thuộc đoạn OC (M không trùng với O hoặc C). Gọi T và T' tương ứng là giao điểm của $A'M$ với các mặt phẳng $(AB'D')$ và (BDC'). Ta có thể kết luận được gì về độ dài của đoạn thẳng $A'T$ và TT' ?

A. $A'T < \mathrm{TT'}$. **B.** $A'T > TT'$. **C.** $A'T = TT' \neq T'M$. **D.** $A'T = TT' = T'M$.

Câu 78. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với AC, BD là đường chéo của hình vuông $ABCD$ còn $A'C'$, $B'D'$ là đường chéo của hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'BD$ là gì ?

A. Tam giác CBD. **B.** Điểm C'. **C.** Đoạn thẳng BD. **D.** Tam giác $C'B'D'$.

Câu 79. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Các điểm M, N theo thứ tự di động trên các cạnh BB',, $C'D'$ sao cho $BM = C'N = b$ $(0 < b < a)$. Khi đó đường thẳng MN sẽ:

A. Cắt đường thẳng AD'. **B.** Cắt đường thẳng BD.
C. Song song với một mặt phẳng cố định. **D.** Song song với một đường thẳng cố định.

Câu 80. Nếu mặt phẳng (P) trùng với mặt phẳng (ABC) thì chúng sẽ có:

A. Chỉ có một điểm chung. **B.** Có đúng hai điểm chung.
C. Có đúng ba điểm chung là A, B và C. **D.** Có vô số điểm chung.

Câu 81. Mặt phẳng (ABC) có:

A. Chỉ có một điểm A. **B.** Đúng hai điểm A và B.
C. Có đúng ba điểm A, B và C. **D.** Vô số điểm.

Câu 82. Nếu đường thẳng a có hai điểm phân biệt là A và B cùng thuộc mặt phẳng (R) thì:

A. Chỉ có hai điểm A và B là giao của đường thẳng a và mặt phẳng (R).
B. Chỉ có những điểm thuộc đoạn thẳng AB mới là giao của đường thẳng a và mặt phẳng (R).
C. Mọi điểm của đường thẳng a đều là giao của đường thẳng a và mặt phẳng (R).
D. Mọi điểm của mặt phẳng (R) đều thuộc đường thẳng a.

Câu 83. Trong không gian cho một đường thẳng a và một mặt phẳng (P). Giữa a và (P) có số điểm chung tối đa là bao nhiêu ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 84. Nếu hai mặt phẳng (R) và (S) có hai điểm chung là A và B thì:

A. Chúng chỉ có hai điểm chung là A và B.

B. Chúng chỉ có các điểm chung thuộc đoạn thẳng AB.
C. Chúng chỉ có các điểm chung thuộc đường thẳng AB.
D. Chúng có vô số điểm chung khác nữa.

Câu 85. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AC,\ BD$ là đường chéo của hình vuông $ABCD$ còn $A'C',\ B'D'$ là đường chéo của hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M thuộc đoạn $O'A'$ (M không trùng với O' hoặc A'). Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện có số cạnh là bao nhiêu ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$, các điểm $M,\ N$ tương ứng thuộc các cạnh SC và AB. Khi đó, giao điểm T của MN với mặt phẳng (ABD) được xác định như thế nào ?

A. $T = NM \cap SB$.
B. $T = NM \cap BD$.
C. $T = NM \cap SI$ trong đó $I = NC \cap BD$.
D. T là một điểm tùy ý trong mặt phẳng (SBD).

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi và $AD \cap BC = E$. Các điểm $M,\ N$ tương ứng thuộc các cạnh SA và SB sao cho $DM \cap CN = I$. Khi $M,\ N$ tương ứng di động trên các đường thẳng SA và SB thì ta có thể kết luận được gì về điểm I ?

A. Cố định.
B. Di động trên đoạn thẳng SE.
C. Di động trên đường thẳng SE.
D. Di động tùy ý trong không gian.

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $M,\ N,\ P$ tương ứng là trung điểm của $AD,\ AB,\ SO$ (O là giao điểm hai đường chéo của đáy). Khi đó, mặt phẳng (MNP) sẽ cắt hình chóp theo một thiết diện là đa giác có số đỉnh là bao nhiêu ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 89. Cho tứ diện $ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và chia tam giác BCD thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi đó (P) cắt (BCD) theo giao tuyến BT là:

A. Đường thẳng chứa đường cao của tam giác BCD.
B. Đường thẳng chứa đường phân giác góc trong của tam giác BCD.
C. Đường thẳng chứa đường trung tuyến của tam giác BCD.
D. Đường thẳng chứa đường trung trực của tam giác BCD.

Câu 90. Cho ba đường thẳng $a,\ b,\ c$ phân biệt và đôi một cắt nhau. Một đường thẳng d cắt cả ba đường thẳng $a,\ b,\ c$. Khi đó, ta có thể kết luận được gì về bốn đường thẳng $a,\ b,\ c,\ d$?

A. Hai trong số bốn đường thẳng $a,\ b,\ c,\ d$ đồng phẳng.
B. Ba trong bốn đường thẳng $a,\ b,\ c,\ d$ đồng phẳng.
C. Bốn đường thẳng $a,\ b,\ c,\ d$ đồng phẳng.
D. Bốn đường thẳng $a,\ b,\ c,\ d$ đồng quy.

Câu 91. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi $D,\ E,\ F,\ P,\ Q$ theo thứ tự là trung điểm của các cạnh $CC',\ AB,\ A'A,\ BB'$ và $B'C'$. Khi đó, mặt phẳng (EDF) sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. $(A'BQ)$. **B.** $(A'PQ)$. **C.** $(A'PC')$. **D.** $(A'BC')$.

Câu 92. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, E, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh CC', $A'A$, BB'. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó, mặt phẳng (BGD) sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. $(AB'C')$. **B.** $(AC'P)$. **C.** $(EB'C')$. **D.** $(EC'P)$.

Câu 93. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh CC', $A'A'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Điểm Q thuộc cạnh BC sao cho $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BQ}$. Khi đó, mặt phẳng (GDF) sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. $(A'BC')$. **B.** $(A'QC')$. **C.** $(AB'C)$. **D.** $(CA'C')$.

Câu 94. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q). Hai đường thẳng a và b tương ứng thuộc (P) và (Q) đồng thời chéo nhau. Đường thẳng c cắt mặt phẳng (P) tại điểm O. Khí đó, có bao nhiêu đường thẳng vừa song song với c vừa cắt cả hai đường thẳng a và b ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

ĐÁP ÁN:

1. D	2. D	3. C	4. D	5. D
6. C	7. C	8. A	9. B	10. C
11. C	12. C	13. B	14. A	15. A
16. D	17. C	18. A	19. D	20. D
21. D	22. C	23. C	24. D	25. D
26. A	27. D	28. C	29. A	30. A
31. A	32. D	33. C	34. D	35. D
36. C	37. C	38. C	39. C	40. A
41. B	42. D	43. C	44. D	45. A
46. C	47. A	48. B	49. C	50. D
51. B	52. B	53. C	54. C	55. B
56. C	57. B	58. B	59. C	60. C
61. D	62. D	63. C	64. C	65. B
66. D	67. A	68. B	69. D	70. A
71. D	72. B	73. C	74. C	75. D
76. B	77. C	78. C	79. C	80. D
81. D	82. C	83. D	84. C	85. A
86. C	87. C	88. C	89. C	90. D
91. D	92. B	93. B	94. B	